

Flujo radial en medios heterogéneos



Flujo radial en medios heterogéneos

Xavier Sánchez-Vila, Jesús Carrera, Peter Meier
Universidad Politécnica de Cataluña



ENRESA
Dirección de Ciencia y Tecnología
Emilio Vargas nº 7
28043 Madrid - España
Tfno.: 915 668 100
Fax: 915 668 169
www.enresa.es

Diseño y producción: TransEdit
Imprime: GRAFISTAFF, S.L.
ISSN: 1134-380X
D.L.: M-47754-2005
Noviembre de 2005

Este trabajo ha sido realizado bajo contrato con ENRESA.
Las conclusiones y puntos de vista expresados en él corresponden
a sus autores y pueden no coincidir necesariamente con los de ENRESA

Índice

Índice

ABSTRACT	1
RESUMEN	5
1. INTRODUCCIÓN	9
1.1 <i>Motivación y objetivos</i>	11
1.2 <i>Estructura del informe</i>	11
2. LAS DEFINICIONES DE TRANSMISIVIDAD EN UN MEDIO HETEROGÉNEO	13
2.1 <i>Las distintas definiciones</i>	15
2.2 <i>Metodología de trabajo</i>	16
3. FLUJO ESTACIONARIO: VALORES REPRESENTATIVOS DE TRANSMISIVIDAD EN TÉRMINOS ESTADÍSTICOS (T_{eff})	17
3.1 <i>La ecuación de flujo</i>	19
3.2 <i>La ecuación de Darcy</i>	20
4. FLUJO ESTACIONARIO: VALORES DE T DEDUCIDAS DE LOS CAUDALES EXTRAÍDOS EN EL POZO (T_{eq})	23
4.1 <i>Introducción</i>	25
4.2 <i>La ecuación de flujo</i>	25
4.3 <i>Evaluación de Q</i>	26
4.4 <i>Evaluación de los términos Q_i</i>	26
4.5 <i>Los valores de T_{eq}</i>	26
5. FLUJO ESTACIONARIO: ANÁLISIS NUMÉRICO DE LAS TRANSMISIVIDADES EQUIVALENTES	29
5.1 <i>Introducción</i>	31
5.2 <i>Metodología para la verificación de la formulación analítica</i>	31
5.3 <i>El programa CFLOW</i>	31
5.4 <i>Evaluación numérica de la aproximación de segundo orden</i>	32

5.5	Simulaciones numéricas	32
5.5.1	Campo número 1: T con variación radial [$T(r)$]	32
5.5.2	Campo número 2: T con variación azimutal [$T(\theta)$]	34
5.5.3	Campo número 3: T distribuida aleatoriamente	34
5.5.4	Campo número 4: T correlacionada a larga distancia	34
5.6	Conclusiones de las simulaciones numéricas	34
6.	FLUJO ESTACIONARIO: EXPRESIÓN DE THIEM GENERALIZADA	39
7.	INTERPRETACIÓN DE ENSAYOS DE BOMBEO EN MEDIOS HETEROGÉNEOS POR EL MÉTODO DE JACOB	43
7.1	Introducción	45
7.2	Análisis de los datos de T_{est} y S_{est} en acuíferos reales	46
7.3	La ecuación del flujo transitorio	48
7.4	Análisis de S_{est}	49
7.5	Análisis de T_{est}	50
8.	ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA EXPRESIÓN DE JACOB GENERALIZADA	53
8.1.	Introducción	55
8.2	Metodología para las simulaciones numéricas	55
8.3	Resultados para el campo 1	55
8.4	Resultados para el campo número 2.	57
8.5	Resultados para el campo número 3.	57
8.6	La relación entre la transmisividad estimada y la efectiva	60
9.	LA REPRESENTATIVIDAD DE LOS VALORES DE CAPACIDAD ESPECÍFICA COMO ESTIMADORES DE LA TRANSMISIVIDAD	63
9.1	Introducción	65
9.2	Las simulaciones numéricas.	65
9.3	Discusión de resultados	66
10.	CONCLUSIONES Y DISCUSIÓN	69
11.	REFERENCIAS.	73

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 3.1.	Transmisividad efectiva, T_{eff} , normalizada por T_G versus r/d	21
Figura 5.1.	Campo número 1, T con distribución radial	33
Figura 5.2.	Campo número 2, T con distribución azimutal	35
Figura 5.3.	Campo número 3, T aleatoria	36
Figura 5.4.	Campo número 4 . T correlacionada espacialmente	37
Figura 7.1.	Localización de los sondeos y de la galería en la zona de cizalla	46
Figura 7.2.	Gráfico semilogarítmico de descensos-tiempos para diversos puntos de observación en un ensayo de interferencia	47
Figura 7.3.	Resultados de los valores de parámetros estimados en los ensayos de corta (a) y larga duración (b) en la zona de cizalla de Grimseil	48
Figura 8.1.	Campo número 1. Curvas descenso-tiempo	56
Figura 8.2.	Campo número 1. Parámetros estimados	58
Figura 8.3.	Campo número 2. Parámetros estimados	59
Figura 8.4.	Campo número 3. Parámetros estimados	61
Figura 9.1.	Gráfico log-log de T_{est} vs Q/s	67

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 8.1	Comparación entre T_{eff} (flujo paralelo) y T_{avg} para los diferentes campos estudiados.	60
Tabla 9.1	Parámetros de los campos de T heterogéneos, resultados del análisis de regresión lineal y medidas de tendencia central de T_{est} y Q/s	66



Abstract



Abstract

Most hydrogeological information is obtained from boreholes under the assumption that the medium is homogeneous. Ironically, permeable media are known to be extremely heterogeneous. The question, then, is to what extent does this heterogeneity affect the interpretation process and the meaning of the resulting parameters. The objective of this report is to summarize the work performed at UPC for ENRESA during the last six years on the topic of flow to a well. In essence, the work can be classified in steady-state and transient analyses.

Regarding steady-state flow to a well, we derive the value of effective transmissivity (the one relating mean flux and mean head gradient) and find out that it grows from the harmonic mean (for small radial distance) towards the geometric mean (for large radius). We derive an expression for equivalent transmissivity (that is the one that yields the right pumping rate given a heterogeneous T field). We compare our equation to other empirical approaches and find out that it works quite well. Fi-

nally, we derive a generalized Thiem equation that yields head around a pumping well under steady-state conditions.

Regarding transient flow to a well, we analyze in detail the meaning of parameters estimated using Jacob-Cooper method. We derive an expression for the transmissivity estimated using this method. Such transmissivity is independent of the location of the observation well, which is consistent with the frequent field observation that drawdowns at different wells plot as straight lines with the same slope at late times. More importantly, we find that this estimate equals the effective transmissivity. On the other hand, the value of estimated storage coefficient appears to reflect the degree of connection between pumping and observation wells rather than actual storativity. Finally, we find the specific capacity (pump rate divided by drawdown) may correlate better with local T than the value derived from a pump test, which tends to be biased towards the effective T even for relatively short tests.



Resumen



Resumen

La mayoría de la información hidrogeológica cuantitativa se obtiene de pozos y sondeos y se interpreta suponiendo que el medio es homogéneo. Irónicamente, se sabe que los medios permeables naturales son extraordinariamente heterogéneos. Por ello, se plantea la cuestión de hasta qué punto la heterogeneidad afecta a la interpretación y qué significado tienen los valores estimados. En este informe se sintetiza el trabajo que se ha realizado para ENRESA en la UPC durante los últimos seis años en el tema de flujo convergente a un pozo. Se ha estudiado tanto las condiciones estacionarias como las transitorias.

En condiciones estacionarias, se presenta el valor de la transmisividad efectiva (relación entre los valores esperados de flujo y gradiente), concluyéndose que crece desde la media armónica de los valores puntuales de T (para r pequeño) hasta la media geométrica (para r grande). Se presenta una expresión para la transmisividad equivalente (función de los valores puntuales de T que predice el caudal para un nivel dado en el pozo). Se compara esta expresión con otras existentes en la literatura y se concluye que funciona bastante bien cuando los va-

lores altos de T están bien conectados. Por último, se presenta una generalización de la Ley de Thiem que permite expresar h en función de los valores puntuales (heterogéneos) de T .

En cuanto al flujo transitorio, se estudia la validez de la fórmula de Jacob, proponiéndose una generalización de la misma. Se demuestra que los descensos causados por un bombeo tienden a una recta en papel logarítmico cuya pendiente (inversa de T) es independiente del punto. Esto explica la frecuente observación de campo de que las T deducidas de diversos pozos de observación suelen ser bastante constantes. Por el contrario, el coeficiente de almacenamiento refleja el grado de conexión hidráulica entre pozo de bombeo y de observación y es, por tanto, muy variable en el espacio.

Por último, se estudia la capacidad específica (Q/s), llegándose a la conclusión de que puede correlacionar mejor con la T local que T_{est} , ya que esta tiende al valor efectivo a gran escala. Ello explica la convexidad que a veces se observa en la relación entre T y Q/s .

1. Introducción

1. Introducción

1.1. Motivación y objetivos

La hidráulica de captaciones ha sido uno de los temas más desarrollados históricamente dentro del campo de la hidrogeología. Entre las captaciones existentes un grupo importante la forman los pozos. La particularidad más significativa de los pozos es que un bombeo puntual da lugar a un esquema de flujo convergente. Si además el medio es homogéneo, el esquema de flujo tiene simetría radial.

El estudio de la hidráulica de pozos es importante desde diversos puntos de vista, pero quizás el más significativo estriba en que la obtención de los parámetros hidráulicos de un acuífero suele realizarse a partir de la interpretación de ensayos hidráulicos en condiciones de flujo convergente. Es precisamente el reconocimiento de que la caracterización de los medios permeables se hace desde pozos que generan un flujo esencialmente radial, lo que motiva el interés de ENRESA.

En este contexto, el objetivo de este informe es ver cómo las fórmulas habituales de la hidráulica de pozos se pueden extender para incluir explícitamente la heterogeneidad del medio, y más importante, que los valores que se obtienen de la interpretación de ensayos en medios heterogéneos son valores representativos del medio.

De esta manera además, podremos entender la relación existente entre la distribución real de valores de transmisividad y los valores deducidos a partir de ensayos.

1.2 Estructura del informe

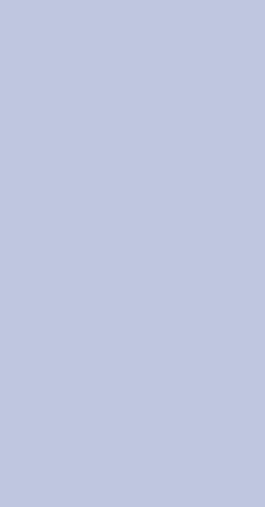
El informe se estructura de acuerdo a los dos objetivos principales enunciados en el punto anterior. En

primer lugar se realiza una disquisición sobre el significado de las distintas definiciones que se pueden adoptar como valor de transmisividad en un acuífero heterogéneo. Veremos como los distintos valores coinciden en un medio homogéneo, pero no necesariamente en un medio heterogéneo. Se presenta además la metodología de trabajo.


Posteriormente, se distinguen dos partes según se consideren condiciones de flujo estacionarias o transitorias. Respecto a las condiciones de flujo estacionario se buscan los valores representativos de la transmisividad, primero en términos estadísticos y después para una distribución cualquiera de los valores de transmisividad en un acuífero. Este último caso corresponde a una generalización de la conocida fórmula de Thiem. Se incluye la derivación de la fórmula de las transmisividades representativas, así como una comprobación numérica.

Respecto al problema de flujo transitorio, se realiza una extensión de la fórmula de Jacob para un acuífero con distribución cualquiera de los valores de transmisividad. A partir de la fórmula resultante se obtiene una expresión para los valores que se obtendrán en la interpretación de un ensayo de bombeo bajo las hipótesis de medio homogéneo. Estos resultados se comprueban numéricamente.

Por último se realiza también una discusión sobre el significado real del concepto de capacidad específica aplicado a un medio heterogéneo y sobre su utilidad para estimar valores representativos de la transmisividad del medio.



2. Las definiciones de transmisividad en un medio heterogéneo



2. Las definiciones de transmisividad en un medio heterogéneo

2.1 Las distintas definiciones

Una de las primeras preguntas que cabe hacerse es porqué trabajar con la variable transmisividad (T). El uso de la variable T suele estar ligado a un tratamiento bidimensional del problema, cuando es bien conocido que el flujo en un acuífero es tridimensional y que el valor más significativo para caracterizar el flujo en tres dimensiones es la conductividad hidráulica, K . Históricamente, los estudios de hidráulica de pozos han adoptado la hipótesis de Dupuit, también conocida como de Dupuit-Forcheimer en la que se considera que la altura piezométrica es constante a lo largo de una vertical (o, más estrictamente, que se desprecian las variaciones del nivel a lo largo de dicha vertical). Aunque esta hipótesis no es totalmente exacta, sí es cierto que tradicionalmente los pozos se perforan de modo que, en la medida de lo posible, el agua se capte en todo el espesor útil del acuífero. También las medidas piezométricas suelen no ser puntuales, sino obtenidas a partir de piezómetros ranurados en toda la longitud correspondiente al acuífero. Es decir, normalmente sólo se dispone de información integrada en todo el espesor del acuífero. Es por ello que en los ensayos convencionales de bombeo el parámetro que se estima es la transmisividad y la conductividad hidráulica se obtiene de modo indirecto dividiendo T por el espesor saturado del acuífero.

El concepto de transmisividad en un medio heterogéneo se presta a confusiones, ya que en muchos casos se expresan distintos conceptos con el mismo nombre. En este capítulo se presenta una lista de definiciones de T que, sin ser exhaustiva, pretende dar una idea sobre esta gran variabilidad.

El punto de partida es el de un medio homogéneo. En este caso el valor T en cada punto es constante y coincide con el de cualquier valor representativo del dominio que se quiera tomar. Para ilustrar mejor los conceptos consideremos el problema inicialmente propuesto por Dupuit (1848) de flujo en un isla circular con un pozo situado en el centro de la isla y T constante. Se puede demostrar fácilmente que, en estas condiciones, el descenso en un punto cualquiera s se puede expresar como

$$s = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{r} \quad (2.1)$$

donde Q es el caudal bombeado, R el radio de la isla y r la distancia del punto de medida al centro de la isla. La expresión (2.1) puede reescribirse para asemejarse a la Ley de Darcy sin más que derivar

ambos términos de la ecuación y reordenar los términos, llegándose a

$$q = -T \frac{ds}{dr} \quad (2.2)$$

siendo $q = Q/2\pi r$ el flujo que atraviesa por un cilindro de radio r , integrado en toda la vertical del acuífero. Es decir, este q es un caudal por unidad de ancho.

Pero supongamos ahora un medio heterogéneo, donde T es una función (cualquiera) de la posición $T(r, \vartheta)$. Sigue siendo cierto que para un punto cualquiera (r, ϑ) puede definir una cierta T^* tal que se verifique la siguiente ecuación

$$q_r = -T^* \frac{\partial s}{\partial r} \quad (2.3)$$

por lo que la Ley de Darcy es válida localmente. También es cierto que esta T^* varía de punto a punto.

Cabe destacar que así como en el caso homogéneo niveles y caudales dependerán sólo de la distancia al centro de la isla ($\mathbf{q}(r), s(r)$), en el caso heterogéneo se tiene que ambas variables son función de la posición ($\mathbf{q}(r, \vartheta), s(r, \vartheta)$). Por esta razón estas mismas ecuaciones podrían escribirse en forma vectorial, y en el primer caso (2.2) se convierten en

$$\mathbf{q} = -T \nabla s \quad (2.4)$$

y como \mathbf{q} y ∇s son paralelos, T será un escalar. Sin embargo, podríamos escribir una versión generalizada de (2.3) en la forma

$$\mathbf{q} = -\mathbf{T}^* \nabla s \quad (2.5)$$

donde ahora \mathbf{T}^* es un tensor por lo que, en general, \mathbf{q} y ∇s no son paralelos.

En este medio heterogéneo ya hemos visto que $\frac{\partial s}{\partial \vartheta} \neq 0$, pero en el pozo sí tendremos un único valor de s_p , que denotaremos s_p y entonces podremos escribir una generalización de (2.1), pero particularizado en el pozo

$$s_p = \frac{Q}{2\pi T^{**}} \ln \frac{R}{r_p} \quad (2.6)$$

donde ahora el subíndice "p" en s_p y r_p significa que se ha particularizado en el pozo de bombeo. T^{**} se trata de un parámetro de ajuste que representa una determinada "transmisividad equivalente" y que corresponde simplemente al valor que debería tener

un acuífero supuesto constante para que con la misma geometría y las mismas condiciones de contorno y de bombeo produjera descensos iguales en el pozo. En este caso queda claro que T^{**} es un valor que integra de algún modo todo el comportamiento hidráulico del acuífero.

Adicionalmente, se pueden definir otros valores de transmisividad. Partiendo de la ecuación (2.3) podemos adentrarnos en el terreno de la hidrogeología estocástica. Esta rama de la hidrogeología se basa en reconocer que no disponemos de medidas puntuales exhaustivas de las variables o de los parámetros hidrogeológicos.

La incertidumbre sobre T se manifiesta en que en (2.3) no conocemos el valor exacto de q o de ∇s en todos los puntos. Como alternativa podemos suponer que los parámetros hidrogeológicos se pueden tratar como funciones aleatorias con una estructura de correlación determinada. Optaremos entonces por encontrar estadísticos de las variables de interés, como podrían ser sus esperanzas matemáticas (momento estadístico de primer orden) o sus varianzas (momento de segundo orden). Se puede definir entonces un nuevo valor de T , T_{ef} , como

$$\langle q \rangle = -T_{ef} \frac{d \langle s \rangle}{dr} \quad (2.7)$$

veremos más adelante que bajo unas determinadas restricciones sobre la función aleatoria que representa la variable transmisividad, el valor T_{ef} es sólo función de r , pero no de ϑ . Para añadir confusión cabe destacar que algunos autores definen una cierta transmisividad efectiva aparente (T_{op}) como el valor de T homogéneo que proporcionaría una descarga en el pozo igual al valor esperado de la descarga correspondiente al acuífero heterogéneo supuestas las condiciones de contorno iguales.

2.2 Metodología de trabajo

En el presente trabajo se parte de la ecuación de flujo expresada en coordenadas polares (2-D). Se ha optado por trabajar con descensos, en lugar de niveles y se toman como condiciones de contorno e iniciales las clásicas de la teoría de pozos. Así, en el caso de flujo estacionario se considerará un dominio anular con un radio externo, r_{ext} , denominado radio de influencia donde podemos suponer que el bombeo no afecta los niveles (descenso nulo).

El pozo se representa por una circunferencia de radio r_w , donde podemos imponer el nivel (y medir el caudal de extracción resultante) o imponer el caudal de extracción (midiendo entonces el descenso resultante).

En el caso de flujo transitorio suponemos que el acuífero es infinito, que es la condición que se utiliza en hidráulica de pozos y que da lugar a las expresiones de Theis (1935) o Cooper-Jacob (1946). Consideramos además que las condiciones iniciales son de descenso nulo.

En el acuífero supondremos que la transmisividad es un parámetro que varía espacialmente, de modo que $T=T(\mathbf{x})$. Consideraremos conocidos los valores de T obtenidos a una cierta escala o soporte de medida y consideraremos el dominio discretizado en elementos cuyo tamaño coincide con dicho soporte de medida. Los valores de T a esa escala pueden tener o no una estructura de correlación predeterminada.

El tratamiento que se sigue tiene una componente analítica, donde se derivarán matemáticamente las expresiones para algunas de las transmisividades definidas en el punto anterior. Estas expresiones se comprobarán numéricamente.

3. Flujo estacionario:
valores representativos
de transmisividad
en términos estadísticos
(T_{eff})

3. Flujo estacionario: valores representativos de transmisividad en términos estadísticos (T_{eff})

Partimos de la ecuación de flujo en régimen estacionario, planteada en términos de descensos (h). Suponiendo que todas las longitudes están adimensionalizadas por un valor r_w (radio del pozo), escribimos

$$\nabla_{\mathbf{x}} \cdot (T(\mathbf{x}) \nabla h(\mathbf{x})) = 0 \quad (3.1)$$

con las condiciones de contorno

$$\begin{aligned} h &= h_w \quad \text{en } r = 1 \\ h &= h_e \quad \text{en } r = R (= r_{ext} / r_w) \end{aligned} \quad (3.2)$$

Resolver la ecuación (3.1) supone obtener la distribución espacial exhaustiva de los descensos. Aplicando la ley de Darcy podríamos obtener el flujo en un punto cualquiera o el caudal que atraviesa una superficie cualquiera. En concreto, en el pozo se tiene

$$Q = 2\pi T_w r_w \left(\frac{\partial h}{\partial r} \right)_{r=r_w} \quad (3.3)$$

donde estamos suponiendo implícitamente que la transmisividad en el pozo es una constante, T_w .

La ecuación (3.1) no puede resolverse para encontrar la distribución de niveles excepto si suponemos que conocemos la distribución de transmisividades de modo exhaustivo. Incluso en este caso, la solución sólo puede obtenerse de modo numérico.

Existe sin embargo la posibilidad de recurrir a aproximaciones de la solución analítica completa o exhaustiva utilizando el método de las perturbaciones. Este método consiste en expandir la variable dependiente en una suma infinita de términos $h = h^{(0)} + h^{(1)} + h^{(2)} + \dots$, y en ir obteniendo por aproximaciones sucesivas el valor variable dependiente

$h \left(h = \sum_{i=0}^N h^{(i)} \right)$. El llamado "problema de cierre" consiste en estudiar cual es el error que se comete en el truncamiento de la serie al considerar únicamente los N primeros términos. Este error suele evaluarse a partir de simulaciones numéricas.

3.1 La ecuación de flujo

Si partimos de la ecuación de flujo, escrita en términos de la variable $Y (= 1/nT)$, la ecuación (3.1) puede reescribirse como

$$\nabla^2 h + \nabla Y \nabla h = 0 \quad (3.4)$$

El método de perturbaciones más clásico consiste en suponer que $Y(\mathbf{x})$ puede descomponerse en la

suma de dos términos: algún valor central representativo (p. ej. su esperanza matemática $\langle Y \rangle$), no dependiente del espacio, más una perturbación $Y' = Y - \langle Y \rangle$. Puede comprobarse que el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} \nabla^2 h^{(0)} &= 0 \\ \nabla^2 h^{(i)} + \nabla Y' \nabla h^{(i-1)} &= 0 \quad i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (3.5)$$

es equivalente a (3.4). Sin embargo, (3.5) admite solución iterativa, de modo que cada $h^{(i)}$ puede obtenerse a partir del valor de $h^{(i-1)}$. Además, la primera ecuación $h^{(0)}$ puede resolverse, ya que en ella no aparecen las $Y(\mathbf{x})$, que es la variable en la que se concentra toda nuestra incertidumbre sobre el medio.

En este capítulo estamos abordando el problema siguiendo un tratamiento estocástico. Eso significa que, dado que desconocemos el valor de $Y(\mathbf{x})$ de manera exhaustiva, suponemos que únicamente conocemos su estructura estadística, es decir, sus momentos estadísticos y su estructura de correlación. El campo real de $Y(\mathbf{x})$ será una (desconocida) de entre las infinitas realizaciones de una función aleatoria $Y(\mathbf{x}, w)$ con esa estructura (geo)estadística. En $Y(\mathbf{x}, w)$, w representa el proceso aleatorio. Para cada una de las realizaciones posibles de $Y(\mathbf{x}, w)$, que denotaremos $Y(\mathbf{x}, w_0)$, obtendríamos un resultado $h(\mathbf{x}, w_0)$. Por tanto, $h(\mathbf{x}, w)$ también es una función aleatoria. Por esta razón, no podemos pretender obtener la distribución exhaustiva de $h(\mathbf{x})$, sino sólo algunos de sus momentos estadísticos. En capítulos posteriores veremos como también podemos obtener algunos resultados muy interesantes para una realización individual de $Y(\mathbf{x}, w_0)$.

La selección de las ecuaciones de contorno también es importante. En principio partimos de (3.2). Sabemos además que no podemos imponer h_w , h_r y el caudal de extracción, por lo que tenemos que fijar dos de estos valores determinísticamente y dejar el tercero libre. Por conveniencia se ha dejado libre el valor h_w . Entonces, si suponemos que este h_w puede descomponerse en su esperanza matemática $\langle h_w \rangle$ más un valor $h'_w = h_w - \langle h_w \rangle$, podemos escribir las condiciones de contorno de la siguiente manera

$$\begin{aligned} h^{(0)} &= \langle h_w \rangle & r &= 1 \\ h^{(0)} &= h_r & r &= R \\ h^{(1)} &= h'_w - \langle h_w \rangle & r &= 1 \\ h^{(i)} &= 0 & r &= 1 \quad i = 2, \dots, n \\ h^{(i)} &= 0 & r &= R \quad i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (3.6)$$

Puede comprobarse como con estas definiciones h verifica las condiciones expuestas en (3.2).

Esto significa que en cada realización $Y(\mathbf{x}, w_0)$ el valor de h_w es distinto ($h_w(w_0)$). Para el conjunto de realizaciones podemos definir h_w de manera estadística (media, varianza, distribución estadística,...)

A partir de este desarrollo en perturbaciones podemos plantearnos la solución iterativa de los distintos términos que intervienen en el desarrollo de h .

El primero de estos términos es $h^{(0)}$, cuya solución es

$$h^{(0)} = \langle h_w \rangle + \frac{h_R - \langle h_w \rangle}{\ln R} \ln r \quad (3.7)$$

que corresponde a la solución clásica para un medio homogéneo en el que se impusieran las condiciones de contorno $\langle h_w \rangle$ y h_R , conocida como fórmula de Thiem (1906).

La solución para $h^{(1)}$ es matemáticamente intensa. A partir de (3.5) podemos escribir que $h^{(1)}$ debe verificar la siguiente ecuación diferencial

$$\nabla^2 h^{(1)} = -\frac{A}{r} \frac{\partial Y'}{\partial r} \quad (3.8)$$

donde $A = (h_R - \langle h_w \rangle) / \ln R$. Integrando (3.8) con las correspondientes condiciones de contorno resulta (ver Sánchez-Vila, 1997 para la derivación matemática en términos de funciones de Green):

$$\begin{aligned} h^{(1)}(r, \theta) &= \frac{(h_R - \langle h_w \rangle)}{\ln R} \ln(R/r) \\ &+ A \int_0^{2\pi} \int_1^r \frac{\partial Y'}{\partial \rho} \frac{\ln \rho}{2\pi} \left(1 - \frac{\ln r}{\ln R}\right) d\rho \, d\phi \\ &+ A \int_0^{2\pi} \int_1^r \frac{\partial Y'}{\partial \rho} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\rho^n - \rho^{-n}}{2\pi n} \cos n(\theta - \phi) \left(\frac{1}{r^n} - \frac{r^n}{R^{2n}}\right) d\rho \, d\phi \\ &+ A \int_0^{2\pi} \int_r^R \frac{\partial Y'}{\partial \rho} \frac{\ln r}{2\pi} \left(1 - \frac{\ln \rho}{\ln R}\right) d\rho \, d\phi \\ &+ A \int_0^{2\pi} \int_r^R \frac{\partial Y'}{\partial \rho} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r^n - \rho^{-n}}{2\pi n} \cos n(\theta - \phi) \left(\frac{1}{\rho^n} - \frac{\rho^n}{R^{2n}}\right) d\rho \, d\phi \end{aligned} \quad (3.9)$$

3.2 La ecuación de Darcy

Hemos visto en el capítulo anterior, que una de las definiciones de transmisividad, la correspondiente a transmisividad efectiva, T_{eff} , se obtiene a partir de la generalización de la Ley de Darcy en términos de valores esperados de caudales y gradientes

$$\langle \mathbf{q} \rangle = -T_{eff} \nabla \langle h \rangle \quad (3.10)$$

Realizando una expansión en perturbaciones de la ley de Darcy similar a la expuesta

anteriormente y tomando valor esperado, se pueden escribir los dos términos vectoriales de la ecuación (3.10). Manteniendo sólo los términos no nulos de orden igual o menor que dos, queda

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{q} \rangle &= -T_G \left[\nabla h^{(0)} + \frac{\sigma_y^2}{2} \nabla h^{(0)} + \langle Y' \nabla h^{(1)} \rangle + \nabla \langle h^{(2)} \rangle \right] \\ \nabla \langle h \rangle &= \nabla h^{(0)} + \nabla \langle h^{(2)} \rangle \end{aligned} \quad (3.11)$$

donde σ_y^2 es la varianza de la variable Y . El término de interés es este desarrollo es $\langle Y' \nabla h^{(1)} \rangle$, que tiene dos componentes

$$\langle Y' \nabla h^{(1)} \rangle = \left(\langle Y' \frac{\partial h^{(1)}}{\partial r} \rangle, \langle Y' \frac{1}{r} \frac{\partial h^{(1)}}{\partial \theta} \rangle \right) \quad (3.12)$$

Una condición suficiente para que la componente tangencial en (3.12) sea nula es que la función de correlación de Y sea isótropa y estacionaria de segundo orden. La componente radial, en cambio admite una expresión en términos de la función de covarianza $C(\mathbf{r}, \rho)$ del tipo (Sánchez-Vila, 1997):

$$\begin{aligned} \left\langle Y' \frac{\partial h^{(1)}}{\partial r} \right\rangle &= \langle Y'(\mathbf{r}) (\langle h_w \rangle - h_w) \rangle \frac{1}{r} \frac{1}{\ln R} \\ &- \frac{A}{2\pi r} \int_0^{2\pi} \int_1^r \frac{\partial C(\mathbf{r}, \rho)}{\partial \rho} \sum_{n=1}^{\infty} (\rho^n - \rho^{-n}) \\ &\cdot \cos n(\theta - \phi) \left(\frac{1}{r^n} + \frac{r^n}{R^{2n}} \right) d\rho \, d\phi \\ &+ \frac{A}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_r^R \frac{\partial C(\mathbf{r}, \rho)}{\partial \rho} \sum_{n=1}^{\infty} (r^n + r^{-n}) \\ &\cdot \cos n(\theta - \phi) \left(\frac{1}{\rho^n} + \frac{\rho^n}{R^{2n}} \right) d\rho \, d\phi \\ &+ \frac{A}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_r^R \frac{\partial C(\mathbf{r}, \rho)}{\partial \rho} d\rho \, d\phi \\ &- \frac{A}{2\pi r} \int_0^{2\pi} \int_r^R \frac{\partial C(\mathbf{r}, \rho)}{\partial \rho} \frac{\ln \rho}{\ln R} d\rho \, d\phi \end{aligned} \quad (3.13)$$

Sánchez-Vila (1997) demuestra que tanto para el caso de covarianza Gaussiana isótropa, como para el de covarianza exponencial isótropa, la expresión (3.13) se puede escribir en forma compacta como

$$\langle Y' \frac{\partial h^{(1)}}{\partial r} \rangle = \frac{A \sigma_y^2}{r} M \quad (3.14)$$

donde M , que depende del modelo de covarianza, es una función de r que es monótona creciente y cuyos extremos son $M = -1$ cuando $\frac{r}{d} \rightarrow 0$ (siendo d la distancia integral del modelo de covarianza) y $M = -0.5$ cuando $\frac{r}{d} \rightarrow \infty$.

$$T_{eff} = T_G \exp\left[\left(\frac{1}{2} + M\right)\sigma_y^2\right] \quad (3.17)$$

El valor T_{eff} en función de la distancia al pozo (normalizada) y para las estructuras de correlación Gaussiana y exponencial puede verse en la **Figura 3.1**.

Los valores de transmisividad efectiva

A partir de las expresiones anteriores puede comprobarse que, para cualquier modelo isótropo de estructura de covarianza, se verifica que

$$\langle \mathbf{q} \rangle = (\langle q_r \rangle, 0) \quad (3.15)$$

o lo que es lo mismo, que el valor esperado del flujo transversal es nulo o, en pocas palabras, que

$$\langle q_r \rangle = -T_{eff} \frac{\partial \langle h \rangle}{\partial r} \quad (3.16)$$

en la media el flujo es radial. Si definimos entonces T_{eff} como el escalar que verifica podremos escribir

Existen una serie de semejanzas y diferencias en el comportamiento de la transmisividad efectiva con respecto al modelo de correlación adoptado.

Respecto a los puntos en común, el más destacado es precisamente que T_{eff} depende de r sólo cerca del pozo, mientras que después este valor se estabiliza a la media geométrica. Esto es similar a lo que sucede en flujo paralelo, donde lejos de los contornos el valor de T_{eff} también se corresponde con T_G (en el caso de estructura de correlación isotrópica), mientras que cerca de los contornos el valor de T_{eff} es menos que el de T_G (Paleólogos y Neuman, 1996).

Además, la función $T_{eff}(r)$ es monótona creciente y tiene como límites los siguientes valores

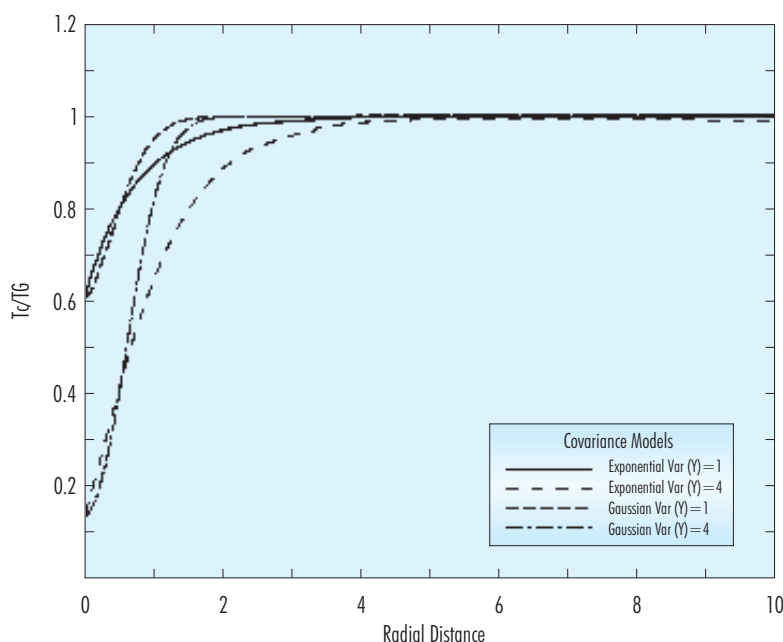


Figura 3.1. Transmisividad efectiva, T_{eff} , normalizada por T_G versus r/d (distancia radial normalizada) para los modelos de correlación Gaussiano y exponencial isótropo y para dos valores distintos de σ_y^2 .

$$\begin{aligned} \lim_{r/d \rightarrow 0} T_{\text{eff}} &= T_H \\ \lim_{r/d \rightarrow \infty} T_{\text{eff}} &= T_G \end{aligned} \quad (3.18)$$

siendo T_H y T_G las medias armónica y geométrica de los valores puntuales (o a la escala del soporte de medida) de T . Estos límites ya fueron encontrados previamente por Dagan (1989) y comprobados numéricamente por Neuman y Orr (1993).

La diferencia de comportamiento entre los dos modelos se puede apreciar en la forma de las curvas, el comportamiento en el origen ($r/d \rightarrow 0$) y en el número de distancias integrales necesarias para alcanzar el valor asintótico. Nótese como aunque en el caso de flujo paralelo el valor de T_{eff} es invariante respecto al modelo de correlación (supuesto isótropo), en el caso de flujo radial esto no es así.

Respecto al comportamiento en el origen, cabe destacar que el modelo exponencial crece rápidamente para valores pequeños de r (pendiente no nula en el origen), mientras que el Gaussiano sí presenta esta pendiente nula en el origen; esta diferencia se debe al distinto comportamiento de los dos modelos respecto a la continuidad de las variables en el origen.

La última diferencia destacable es el número de distancias integrales necesarias para alcanzar los valores asintóticos. Para el modelo Gaussiano esto se consigue a una distancia del pozo equivalente a 1.5-2 distancias integrales. Para el modelo exponencial esta distancia es de 3-5 veces la distancia integral. Estos valores, así como el diferente comportamiento en el origen fueron encontrados inicialmente por Indelman y Abramovich (1994).

4. Flujo estacionario:
valores de T deducidas
de los caudales
extraídos en el pozo
(T_{eq})

4. Flujo estacionario: valores de T deducidas de los caudales extraídos en el pozo (T_{eq})

4.1 Introducción

En este capítulo presentamos una aproximación analítica al valor del caudal que se puede obtener de un pozo considerando una distribución espacial cualquiera de la transmisividad. A partir de este valor definiremos una transmisividad equivalente, T_{eq} , como el valor homogéneo de T que da lugar al mismo caudal en el pozo, suponiendo el mismo descenso en el pozo que el observado para el medio heterogéneo.

Consideramos un dominio anular similar al presentado en el capítulo anterior. Si imponemos unos niveles h_w y h_R en el contorno, podremos medir un caudal en el pozo, Q . Se define T_{eq} como el valor que verifica la siguiente expresión

$$T_{eq} = \frac{Q}{2\pi A} \quad (4.1)$$

donde $A = (h_R - h_w) / 1nR$. Nótese la diferencia básica respecto al capítulo anterior. Aquí no estamos interesados en valores medios (momentos estadísticos), sino en el valor de T_{eq} para una distribución de transmisividades determinada.

Es evidente que el problema planteado sólo tiene solución analítica exacta para algunos casos concretos de distribución espacial de los valores de $T(\mathbf{x})$. Como ejemplo podemos considerar un medio homogéneo, con transmisividad constante. Utilizando la ecuación de Thiem es evidente que $T_{eq} = T$.

Un ejemplo sencillo de los que admite solución analítica es el caso en el que la transmisividad es función del radio y definida por n capas de distinta transmisividad

$$T(r) = T^{(i)} \quad \text{para } r_1^{(i)} < r < r_2^{(i)}, i = 1, 2, \dots, n \quad (4.2)$$

con $r_1^{(1)} = 1; r_2^{(i)} = r_1^{(i+1)}; r_2^{(n)} = R$

La solución analítica se puede demostrar que es (Bayer, 1999)

$$T_{eq} = \frac{1n R}{\sum_{i=1}^n \ln(r_2^{(i)} / r_1^{(i)}) / T^{(i)}} \quad (4.3)$$

En el caso continuo, la expresión (4.3) se puede generalizar a

$$T_{eq} = W \left[\int_V \frac{dV}{T\rho^2} \right]^{-1} \quad (4.4)$$

con $W = 2\pi 1n R$, y $dV = \rho d\rho d\phi$.

En el resto de casos no existe solución analítica, pero sí que es posible encontrar dos valores extremos entre los que debe moverse la solución (Cardwell y Parsons, 1945):

$$W = \left[\int_V \frac{dV}{T\rho^2} \right]^{-1} \leq T_{eq} \leq \frac{1}{W} \int_V \frac{T dV}{\rho^2} \quad (4.5)$$

Debido a la imposibilidad de obtener una solución analítica exacta, Desbarats (1992) propuso una expresión empírica para evaluar una aproximación a T_{eq} , a la que este autor denominó T_b . La expresión para T_b (Desbarats, 1992) es:

$$T_b = \exp \left[\frac{1}{W} \int_V \frac{Y(x)}{\rho^2} dV \right] \quad (4.6)$$

El valor de T_{eq} no puede ser obtenido exactamente de manera analítica, por lo que, como en el capítulo anterior, se recurre a obtener una aproximación mediante un número finito de los términos de una serie infinita que es la solución del problema. En concreto, fijaremos los niveles en los contornos y plantearemos el caudal como serie infinita de términos. De estos términos obtendremos analíticamente los tres de orden superior, que en el caso que la heterogeneidad no sea muy importante, recogen un gran porcentaje del caudal total.

De todos modos, para evaluar el error producido por el truncamiento en un capítulo posterior realizaremos una evaluación numérica de la fórmula resultante en algunos ejemplos concretos.

4.2 La ecuación de flujo

Partimos de nuevo de la ecuación de flujo en condiciones estacionarias y una vez realizada la expansión en serie de h , $h = \sum_{i=0}^{\infty} h^{(i)}$. La única diferencia respecto al capítulo anterior estriba en las condiciones de contorno; como ahora no trabajamos en términos estadísticos.

$$\begin{aligned} h^{(0)} &= h_w \quad \text{en } r = 1 \\ h^{(0)} &= h_e \quad \text{en } r = R \\ h^{(i)} &= 0 \quad \text{en } r = 1, R; i \geq 1 \end{aligned} \quad (4.7)$$

Si suponemos que prefijamos los niveles en los contornos y evaluamos el caudal extraído en el pozo.

4.3 Evaluación de Q

En condiciones estacionarias, si se toma cualquier superficie (S) que contenga el pozo, el balance de masas lleva a que el caudal Q se puede expresar como

$$Q = -\int_S q_r(r, \vartheta) \cdot n \, dS \quad (4.8)$$

En concreto, si consideramos la superficie del propio pozo tendremos

$$Q = -\int_0^{2\pi} q_r(r_w, \theta) r_w \, d\theta \quad (4.9)$$

donde q_r es la componente radial de la velocidad de Darcy integrada a lo largo de todo el espesor saturado del acuífero. La Ley de Darcy a escala local nos indica que en el pozo q_r vale

$$q_r(r_w, \theta) = -T_w \frac{\partial}{\partial r} h(r, \theta)_{r=r_w} \quad (4.10)$$

Siendo T_w la transmisividad en el pozo. Acoplando estas dos últimas ecuaciones y desarrollando h podremos escribir

$$Q = \int_0^{2\pi} T_w \left[\frac{\partial}{\partial r} h^{(0)} + \frac{\partial}{\partial r} h^{(1)} + \frac{\partial}{\partial r} h^{(2)} + \dots \right]_{r=r_w} d\theta \quad (4.11)$$

o expresado en forma más compacta

$$Q = \sum_{i=0}^{\infty} Q_i \quad (4.12)$$

$$Q_i = \int_0^{2\pi} T_w \left[\frac{\partial}{\partial r} h^{(i)}(r, \theta) \right]_{r=r_w} d\theta$$

La obtención de los términos $h^{(i)}$ se realiza de un modo similar a la metodología utilizada en el capítulo anterior. Se trata pues de resolver las ecuaciones en forma iterativa y particularizada en el pozo. Para ello se debe expresar de nuevo $Y = \ln T$ como la suma de un valor constante representativo más una perturbación alrededor de ese valor.

Como consideramos que la transmisividad en el pozo es un valor suficientemente significativo, la descomposición adoptada es

$$Y(r, \theta) = Y_w + Y'(r, \theta) \quad (4.13)$$

donde $Y_w = \ln T_w$.

4.4 Evaluación de los términos Q_i

Se puede obtener una expresión analítica exacta para los términos Q_0 , Q_1 , y Q_2 , en función de la distribución de $Y'(r, \theta)$. Estas expresiones son

$$Q_0 = 2\pi A T_w$$

$$Q_1 = \frac{Q_0}{W} \int_V \frac{Y'(\rho, \phi)}{\rho^2} dV$$

$$Q_2 = Q_{2b} + Q_{2c} + Q_{2z}$$

$$Q_{2b} = \frac{Q_0}{2W} \int_V \frac{Y'^2(\rho, \phi)}{\rho^2} dV$$

$$Q_{2c} = \frac{Q_0}{W^2} \left[\int_V \frac{Y'(\rho, \phi)}{\rho^2} dV \right]^2$$

$$Q_{2z} = \frac{Q_0}{W} \sum_{n=1}^{\infty} \int_V \int_V \frac{Y'(\rho, \phi)}{\rho^2} \frac{Y'(\rho^*, \phi^*)}{\rho^{*2}} \cdot H_n(\rho, \phi, \rho^*, \phi^*) dV dV^* \quad (4.14)$$

con

$$dV^* = \rho^* d\rho^* d\phi^*$$

$$H_n(\rho, \phi, \rho^*, \phi^*) = \begin{cases} f_n(\rho) g_n(\rho) \Lambda_n(\phi, \phi^*) & \text{si } \rho^* > \rho \\ f_n(\rho^*) g_n(\rho) \Lambda_n(\phi, \phi^*) & \text{si } \rho^* \leq \rho \end{cases} \quad (4.15)$$

$$f_n(\rho) = \frac{\rho^n + \rho^{-n}}{R^n - R^{-n}}$$

$$g_n(\rho) = \left(\frac{R}{\rho} \right)^n + \left(\frac{R}{\rho} \right)^{-n}$$

$$\Lambda_n(\phi, \phi^*) = \frac{n}{2\pi} \cos n(\phi - \phi^*)$$

4.5 Los valores de T_{eq}

Si suponemos que podemos truncar la serie infinita de términos Q_i y quedarnos sólo con los tres primeros ($i \leq 2$), entonces una buena aproximación de T_{eq} vendrá dada por

$$T_{eq} = \frac{1}{2\pi A} (Q_0 + Q_1 + Q_{2b} + Q_{2c} + Q_{2z}) \quad (4.16)$$

Esta es una aproximación de segundo orden (parabólica).

Como comparación cabe indicar que la fórmula empírica de Desbarats (1992), dada por la ecuación (4.6) se podría escribir, utilizando la misma notación, como

$$T_b = \frac{1}{2\pi A} \left(Q_0 + Q_1 + \frac{1}{2} Q_{2b} \right) \quad (4.17)$$

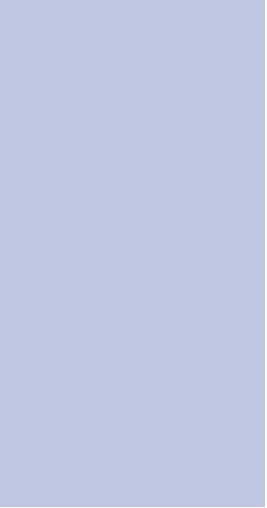
Del mismo modo podríamos reescribir los límites superior e inferior correspondientes a Cardwell y Parsons (eq. 4.5), que respectivamente serían

$$\begin{aligned} T_{eq, min} &= \frac{1}{2\pi A} (Q_0 + Q_1 - Q_{2a}) \\ T_{eq, max} &= \frac{1}{2\pi A} (Q_0 + Q_1 + Q_{2a} + Q_{2b}) \end{aligned} \quad (4.18)$$


Si analizamos las tres últimas ecuaciones (4.16 a 4.18), podremos comprobar que todas las fórmulas presentadas darían lugar a los mismos valores si

sólo tuviéramos en cuenta 2 términos de la serie de Q ($= Q_0 + Q_1$), pero que difieren si se tiene en cuenta el término de orden 2.

Las repercusiones que esto supone para un campo de transmisividades determinado quedarán más claras en el siguiente capítulo, en el que se realizan unas simulaciones numéricas para encontrar el rango de validez de la expresión presentada.



5. Flujo estacionario: análisis numérico de las transmisividades equivalentes



5. Flujo estacionario: análisis numérico de las transmisividades equivalentes

5.1 Introducción

En este capítulo se presenta una metodología para evaluar el error de truncamiento que se comete al utilizar la ecuación (4.16) para evaluar la transmisividad equivalente en un medio heterogéneo en condiciones de flujo radial. Para ello, se presentan una serie de medios con distribución espacial de la transmisividad conocida, donde el caudal de extracción se puede evaluar numéricamente. Los cálculos numéricos se realizan con un programa de elementos finitos que tiene la ventaja de ser muy eficiente y exacto para un medio con geometría anular.

El resultado numérico se comparará con la solución analítica del capítulo anterior y con la formulación empírica de Desbarats (1992) para diversos grados de heterogeneidad. Se comprobará como la expresión analítica es una aproximación de segundo orden de la solución, mientras la formulación empírica es de primer orden. Para grados de heterogeneidad débiles la primera es más exacta, pero si aumenta la heterogeneidad la aproximación empírica puede dar lugar a un mayor grado de aproximación en algunos de los casos analizados.

5.2 Metodología para la verificación de la formulación analítica

La metodología de verificación consta de los siguientes pasos:

1. Generar un campo de log-transmisividad heterogéneo ($Y(x)$) en un dominio anular; asignando una serie de valores de Y a una partición del dominio.
2. Resolver la ecuación de flujo estacionario bajo condiciones de contorno de nivel prescrito en los radios interno y externo del dominio anular, utilizando para ello el programa de elementos finitos CFLOW [Axness et al., 1998].
3. Calcular el caudal extraído por el pozo, Q , que es una de las salidas de CFLOW; a partir de este valor calcular T_{eq} por aplicación directa de la fórmula (4.1).
4. Comparar el valor de T_{eq} obtenido (numéricamente) con los valores analíticos derivados a partir de las expresiones (4.6) y (4.16).

Esta metodología se aplica a una serie de campos de transmisividad, generados de maneras diversas. Debe notarse que para cada estructura de hetero-

geneidad generaremos sólo una simulación, por lo que en ningún caso estamos planteando el problema desde un punto de vista geoestadístico. De hecho estamos interesados en valores de T_{eq} correspondientes a un campo de transmisividades dado y no en ninguna clase de momentos estadísticos.

5.3 El programa CFLOW

La solución numérica de la ecuación del flujo de agua subterránea se suele obtener mediante modelos en diferencias finitas o en elementos finitos utilizando coordenadas cartesianas. En flujo radial, sin embargo, es más conveniente plantear el problema en coordenadas polares (cilíndricas o esféricas en tres dimensiones).

El programa CFLOW tiene como objetivo resolver de manera eficiente la ecuación de flujo estacionario en un dominio anular. Para ello se adopta una discretización en elementos finitos que forman sectores circulares. Un sector circular en coordenadas polares es equivalente a un rectángulo en cartesianas. Además, se usa una interpolación logarítmica para la coordenada radial ($z = \ln(r/r_w)$) con el objetivo de reducir los errores de interpolación.

Esta transformación presenta una ventaja adicional, ya que es fácil conseguir una discretización fina alrededor del pozo. De esta manera, el pozo no queda representado por un nudo situado bien en el centro, bien en el extremo de un elemento, sino que se convierte en el contorno interior del dominio.

Una descripción detallada del código puede verse en Axness et al. [1998]. Sin embargo, por completitud, se presentan a continuación los puntos básicos de la formulación en elementos finitos.

Si se aplica el método de Galerkin a la ecuación de flujo en condiciones estacionarias, se llega a un sistema lineal de ecuaciones que puede escribirse en forma matricial como

$$\mathbf{A}\mathbf{h} = \mathbf{b} \quad (5.1)$$

donde \mathbf{h} es el vector de valores nodales de niveles y las componentes la matriz \mathbf{a}_{ij} y el vector \mathbf{b}_i vienen dados por

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{ij} &= \sum_e \int_{A^e} \nabla N_i \nabla N_j T^e dA - \sum_c \int_{\Gamma^c} \gamma N_i N_j d\Gamma \\ \mathbf{b}_i &= \sum_c \int_{\Gamma^c} (Q^c + \gamma H^c) N_i d\Gamma \end{aligned} \quad (5.2)$$

En (5.2) e recorre todos los elementos en que se ha discretizado el sistema y c recorre todos los segmentos que conforman el contorno del dominio. Las integrales en (5.2) pueden evaluarse analíticamente si los elementos son rectangulares en coordenadas $(z=\ln r, \theta)$. El resultado es

$$\mathbf{A}^e = \int_z^{z+\Delta z} \int_\theta^{\theta+\Delta\theta} \nabla N_3 \nabla N_3 T^e dz d\theta = \begin{pmatrix} 2(\Delta\theta^2 + \Delta z^2) & -2\Delta\theta^2 + \Delta z^2 & -\Delta\theta^2 - \Delta z^2 & \Delta\theta^2 - 2\Delta z^2 \\ -2\Delta\theta^2 + \Delta z^2 & 2(\Delta\theta^2 + \Delta z^2) & \Delta\theta^2 - 2\Delta z^2 & -\Delta\theta^2 - \Delta z^2 \\ -\Delta\theta^2 - \Delta z^2 & \Delta\theta^2 - 2\Delta z^2 & 2(\Delta\theta^2 + \Delta z^2) & -2\Delta\theta^2 + \Delta z^2 \\ \Delta\theta^2 - 2\Delta z^2 & -\Delta\theta^2 - \Delta z^2 & -2\Delta\theta^2 + \Delta z^2 & 2(\Delta\theta^2 + \Delta z^2) \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

con $\Delta z = z_2 - z_1$, $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ y $\alpha^e = T^e / 6 \Delta z \Delta\theta$. Las integrales de contorno contribuyen tanto en **A** como en **b**. Cuando la geometría es anular tenemos

$$\alpha_{ij}^e = \int_{\Gamma_c} \gamma N_i N_j d\Gamma = \begin{cases} \gamma \Delta\theta \exp(z_c) / 3 & \text{si } i = j \\ \gamma \Delta\theta \exp(z_c) / 6 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (5.4)$$

$$b_i^c = \Delta\theta \exp(z_c) (Q + \gamma H) / 2$$

Estas ecuaciones se han programado en el código de elementos finitos CFLOW. El programa se ha verificado por comparación con un programa estándar de elementos finitos triangulares CONFINE [Carrera y Neuman, 1986] para diversos ejemplos [ver Axness et al., 1998], con muy buenos resultados.

5.4 Evaluación numérica de la aproximación de segundo orden

El problema básico de evaluar la expresión (4.16) para la transmisividad equivalente de un medio heterogéneo consiste en calcular las integrales que aparecen en los términos Q_1 y Q_2 . Para ello lo más conveniente es aprovecharse de la partición realizada en sectores circulares. Esta partición puede escribirse como Ω_i ($i=1, \dots, NS$), con

$$(r, \theta) \in \Omega_i \Leftrightarrow \begin{cases} r_1^{(i)} < r < r_2^{(i)} \\ \theta_1^{(i)} < \theta < \theta_2^{(i)} \end{cases} \quad (5.5)$$

En cada sector la log-transmisividad se considera constante, lo que es consistente con el tratamiento numérico en CFLOW. En consecuencia, las integrales que aparecen en (4.14) se pueden calcular como sumas finitas, excepto el término Q_{2c}/Q_0 que incluye una serie infinita

$$Q_1 = \frac{Q_0}{W} \int_V \frac{Y(\rho, \phi)}{\rho^2} dV = \frac{Q_0}{W} \sum_{i=1}^{NS} Y^{(i)} \Delta\theta^{(i)} \Delta z^{(i)}$$

$$Q_{2a} = -\frac{Q_0}{2W} \int_V \frac{Y^2(\rho, \phi)}{\rho^2} dV = -\frac{Q_0}{2W} \sum_{i=1}^{NS} (Y^{(i)})^2 \Delta\theta^{(i)} \Delta z^{(i)}$$

$$Q_{2b} = \frac{Q_1^2}{Q_0} \quad (5.6)$$

$$Q_{2c} = \frac{Q_0}{W} \sum_{n=1}^{\infty} \int_V \int_V \frac{Y(\rho, \phi) Y(\rho^*, \phi^*)}{\rho^2 \rho^{*2}} \cdot H_n(\rho, \phi, \rho^*, \phi^*) dV dV^* = \frac{Q_0}{W} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{NS} \sum_{j=1}^{NS} Y^{(i)} Y^{(j)} C_{ij}^{(n)}$$

con

$$C_{ij}^{(n)} = \int_{\Omega_i} \int_{\Omega_j} \frac{H_n(\rho, \phi, \rho^*, \phi^*)}{\rho^2 \rho^{*2}} d\Omega_i d\Omega_j \quad (5.7)$$

5.5 Simulaciones numéricas

Se presentan simulaciones numéricas en cuatro campos de transmisividad heterogénea y que responden a unas estructuras de heterogeneidad pre-determinadas. En cada caso presentamos el procedimiento seguido para generar el campo de transmisividad y los caudales reales, así como los valores correspondientes a la formulación analítica (T_{eq}) y a la formulación empírica de Desbarats (T_b).

Para cada uno de los campos presentamos las curvas de T_{eq} y T_b como una función de la variabilidad en los valores de transmisividad, en general, aunque no siempre, definida a partir de la varianza muestral de los valores puntuales de log-transmisividad.

5.5.1 Campo número 1: T con variación radial [T(r)]

Se considera un campo de transmisividades donde T es constante desde el pozo hasta un radio predeterminado y constante otra vez hasta el contorno exterior, pero con dos valores de T distintos en ambos anillos (Figura 5.1). El resultado analítico es conocido: T_{eq} será la media armónica de los dos valores ponderados por el cuadrado de la distancia al pozo.

Los valores de T_{eq} , calculados con la ecuación (4.16) son muy próximos a los valores numéricos hasta con-

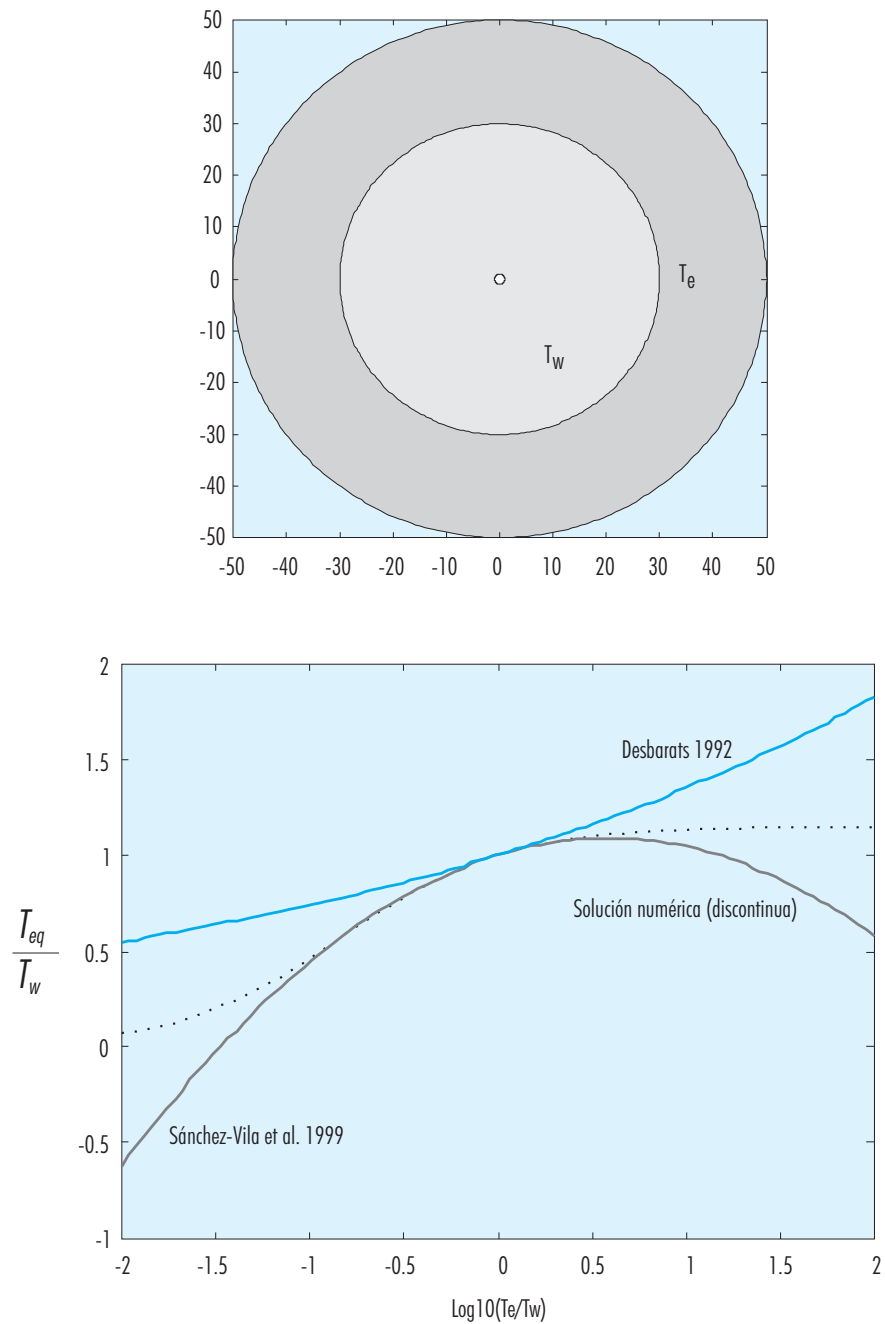


Figura 5.1. Campo número 1, T con distribución radial. El gráfico de la derecha muestra la relación entre T_{eq} y T_w en función del cociente entre T_e y T_w . La notación Sánchez-Vila et al. 1999 corresponde a la ecuación (4.16).

trastes entre las dos transmisividades de alrededor de un orden de magnitud (ver Figura 5.1). Nótese como la solución analítica se separa mucho de la numérica para contrastes altos de transmisividad, llegando a

proporcionar valores claramente sin sentido físico ($T_{eq} < 0$). La fórmula empírica (4.6), por su parte, tiene un rango de validez algo menor, pero no presenta este tipo de comportamientos no-físicos en ningún caso.

problemas en los que una aproximación de segundo orden parece no ser suficiente, por lo que es evidente que sería necesario acudir a términos de orden superior. En estos casos la fórmula empírica puede llegar a comportarse mucho mejor.

Por último, se debe destacar que la evaluación de (4.16) puede presentar un problema. Aunque la serie infinita que aparece en la evaluación del término

Q_{2c} es siempre convergente como se demuestra en *Sánchez-Vila et al., (1999)*, en algunos casos es necesario evaluar un gran número de términos de la serie (del orden de unos pocos centenares) antes de que pueda truncarse la misma de manera que el error siga siendo aceptablemente pequeño.

El problema reside entonces en el aumento del tiempo de CPU.

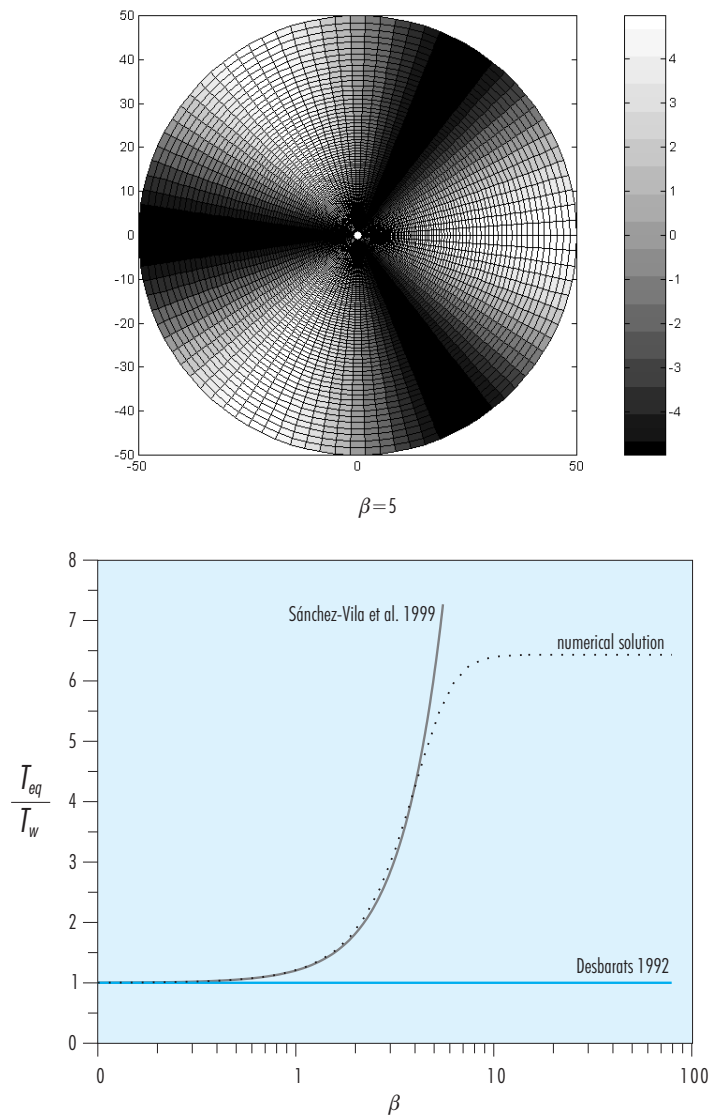


Figura 5.2. Campo número 2, T con distribución azimutal. El gráfico de la derecha muestra la relación entre T_{eq} y T_w en función de β (amplitud de las oscilaciones en el gráfico de la izquierda). La solución analítica dada por (4.16) muestra un ajuste hasta valores de β (y, por tanto, de varianza) muy altos. Sin embargo, al seguir creciendo β , el valor efectivo se estabiliza mientras que la solución (4.16) sigue creciendo parabolicamente.

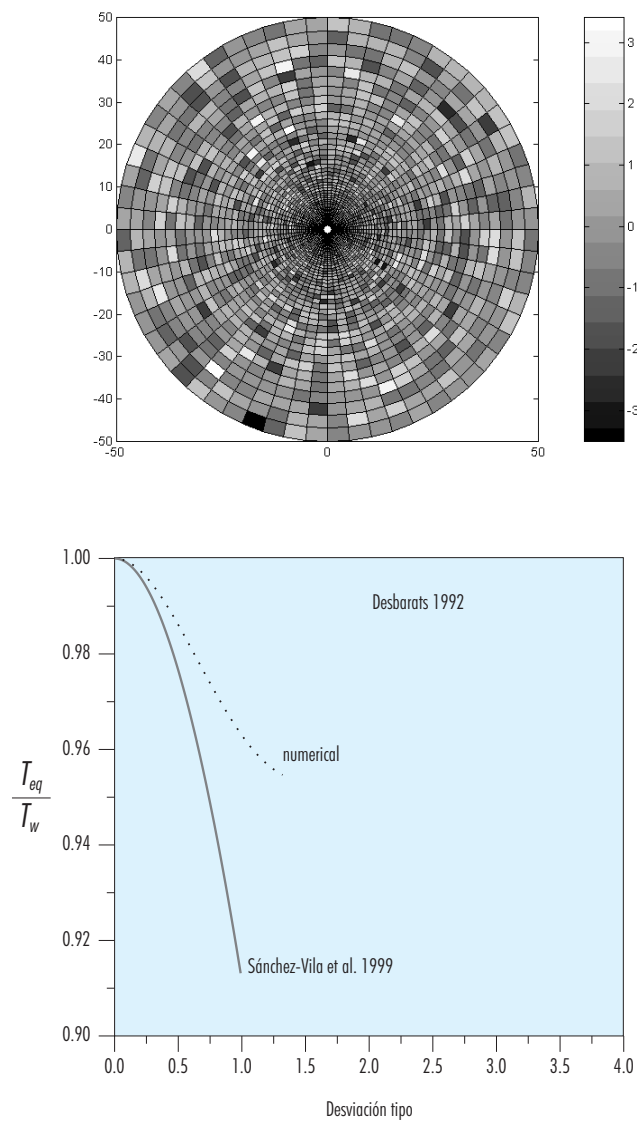


Figura 5.3. Campo número 3, T aleatoria. Para σ_y pequeño la aproximación analítica es mejor, pero en general el grado de aproximación de ambas fórmulas es muy similar. La fórmula de Desbarats corresponde al caso trivial $T_{eq}/T_w=1$

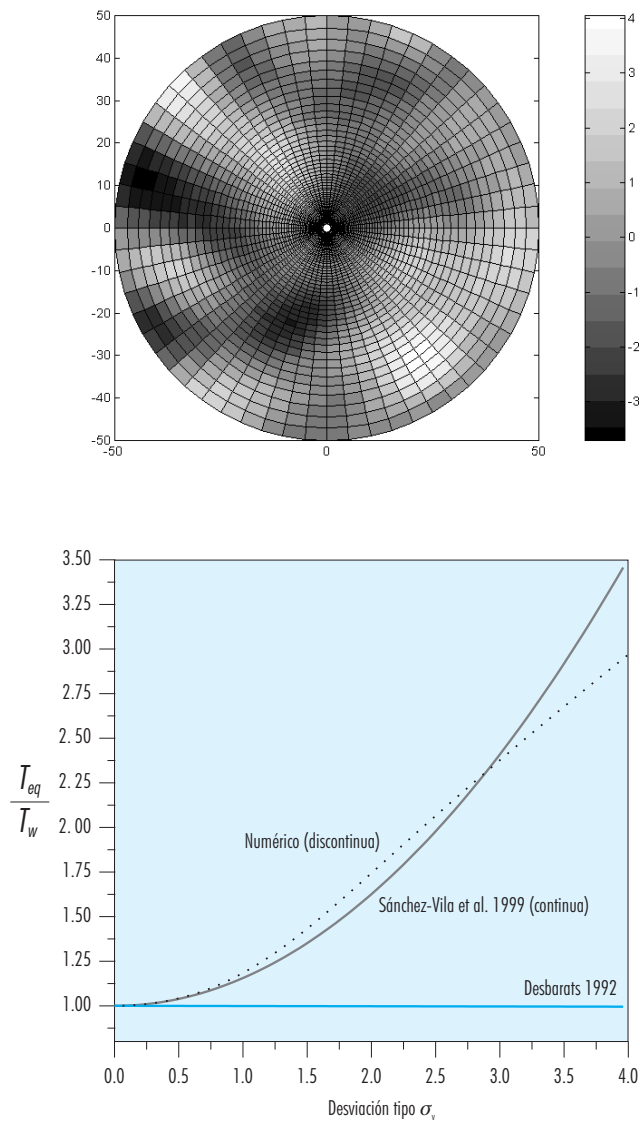


Figura 5.4. Campo número 4. T correlacionada espacialmente. Ahora T_{eq}/T_w crece rápidamente con σ , al igual que (4.16). El ajuste, además, es muy bueno. La ecuación (4.6), en cambio, no reproduce el comportamiento cualitativo.



6. Flujo estacionario: expresión de Thiem generalizada



6. Flujo estacionario: expresión de Thiem generalizada

En los dos capítulos anteriores nos hemos centrado en el caudal que puede extraerse en un pozo perforado en un acuífero heterogéneo y bajo unas condiciones de contorno determinadas. Para completar el estudio se presentan unos resultados sobre la distribución espacial de niveles en todo el dominio y bajo las mismas condiciones.

Suponemos por tanto de nuevo que en un dominio bidimensional anular donde prefijamos los niveles en la circunferencia interior (h_w) y exterior ($h_e = h_w + \Delta h$). Utilizando de nuevo la descomposición de Y en un valor constante e igual al valor de $\ln T$ en el pozo más una perturbación que depende del punto ($Y(\mathbf{x}) = Y_w + Y'(\mathbf{x})$), la ecuación del flujo puede reescribirse como un conjunto de ecuaciones que se van resolviendo iterativamente. La diferencia respecto a los capítulos anteriores es que ahora planteamos la ecuación en términos de niveles

$$\begin{aligned} \nabla^2 h^{(0)} &= 0 \\ \nabla^2 h^{(i)} + \nabla Y' \nabla h^{(i-1)} &= 0 \end{aligned} \quad (6.1)$$

Con condiciones de contorno que son homogéneas para todas las ecuaciones excepto la correspondiente a $h^{(0)}$, donde se imponen los niveles de los contornos h_w y h_e .

En este conjunto de ecuaciones, la primera tiene una solución muy simple:

$$h^{(0)}(r) = h_w + A \ln r \quad (6.2)$$

Con $A = \Delta h / \ln R$. La ecuación (6.2) es equivalente a la ecuación de Thiem, que se encuentra escrita más comúnmente como

$$h_e - h^{(0)}(r) = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{r} \quad (6.3)$$

Puede comprobarse fácilmente que (6.2) y (6.3) son equivalentes. Las ecuaciones restantes (6.1) presentan una forma cerrada en términos de funciones de Green. La expresión general es

$$h^{(i)}(\mathbf{r}) = h_0^{(i)}(\mathbf{r}) + h_1^{(i)}(\mathbf{r}) = \int_V \nabla Y'(\rho) \nabla h^{(i-1)}(\rho) (G_0(r, \rho) + G_1(\mathbf{r}, \rho)) dV \quad (6.4)$$

donde G , suma de $G_0 + G_1$, es la función de Green, que es la solución de la ecuación

$$\nabla^2 G = -\delta(\mathbf{r}, \rho) \quad (6.5)$$

con condiciones de contorno homogéneas. En (6.5), $\delta(\mathbf{r}, \rho)$ representa la función delta de Dirac. La solución de esta ecuación es precisamente $G(\mathbf{r}, \rho)$, donde

$$\begin{aligned} G_0(\mathbf{r}, \rho) &= \ln r - \ln(R/\rho) / W \\ G_1(\mathbf{r}, \rho) &= \frac{1}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r^n - r^{-n}}{n(R^n - R^{-n})} \left[\left(\frac{R}{\rho}\right)^n - \left(\frac{R}{\rho}\right)^{-n} \right] \cos(n(\theta - \phi)) \end{aligned} \quad (6.6)$$

válida cuando $\rho > r$

y una expresión similar intercambiando r y ρ cuando la desigualdad se invierte (ver Weinberger, 1965). Como en capítulos anteriores, $W = 2\pi \ln R$.

Introducimos una nueva notación

$$\begin{aligned} \alpha_{ir} &= \int_{V_{i,r}} \frac{Y^i}{i! \rho^2} \frac{dV}{W} \\ \beta_n(r, \theta) &= \frac{1}{2\pi} \int_{V_{i,r}} Y(\rho) \left[\left(\frac{\rho}{r}\right)^n + \left(\frac{r}{\rho}\right)^n \right] \cos n(\theta - \phi) \frac{dV}{\rho^2} \end{aligned} \quad (6.7)$$

Donde $\int_{V_{A,B}}$ representa la integral sobre un volumen definido por un radio interior, A , y un radio exterior, B . En el límite, $V_{i,e}$ es el volumen total V . Usando esta notación podemos escribir una expresión para $h_{(r)}^{(i)}$, siendo

$$\begin{aligned} h^{(i)}(\mathbf{r}) &= h_0^{(i)}(r) + h_1^{(i)}(\mathbf{r}) \\ h_0^{(i)}(r) &= A(\alpha_{iR} \ln r - \alpha_{iR} \ln R) \\ h_1^{(i)}(\mathbf{r}) &= -A \sum_{n=1}^{\infty} \left[\beta_n(\mathbf{r}) - \left(\frac{r^n - r^{-n}}{R^n - R^{-n}}\right) \beta_n(R, \theta) \right] \end{aligned} \quad (6.8)$$

De manera similar, podemos obtener una expresión para $h^{(2)}(\mathbf{r})$

$$h^{(2)}(\mathbf{r}) = h_0^{(2)}(r) + h_1^{(2)}(\mathbf{r}) \quad (6.9)$$

donde los términos $h_0^{(2)}(r)$ y $h_1^{(2)}(\mathbf{r})$ aparecen en función de las α y β de orden 1 y 2, y de las derivadas de G_0 y G_1 . La expresión completa para $h_0^{(2)}(r)$ puede encontrarse en Axness y Carrera (1999).

De hecho, los distintos valores de $h_0^{(i)}(r)$ pueden irse obteniendo mediante una fórmula recursiva que involucra todos los valores de h_0 (r) hasta orden $i-1$.

$$\begin{aligned} h_0^{(i)}(r) &= - \int_V \left(Y \frac{\partial h^{(i-1)}}{\partial \rho} + \frac{Y^2}{2!} \frac{\partial h^{(i-2)}}{\partial \rho} + \dots + \frac{Y^i}{i!} \frac{\partial h^{(0)}}{\partial \rho} \right) \\ &\quad \cdot \frac{\partial G_0(r, \rho)}{\partial \rho} dV \end{aligned} \quad (6.10)$$

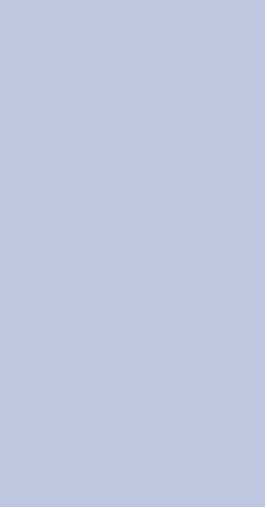
Finalmente, a partir de los primeros términos del desarrollo de $h(\mathbf{r})$ en serie infinita, es posible postular una expresión generalizada para los niveles en cualquier punto del dominio en la forma siguiente

$$h(\mathbf{r}) = h_w + \frac{\Delta h \int_{V_{1,r}} \exp(-Y_{(\rho)}) dV / \rho^2}{\int_V \exp(-Y_{(\rho)}) dV / \rho^2} + f(G_v, \mathbf{r}, Y') \quad (6.11)$$

donde en el caso $Y = ct$ ($Y' = 0$), $f = 0$. Es evidente que en este caso la expresión se puede simplificar a la siguiente

$$h(\mathbf{r}) = h_w + \Delta h \frac{\ln r}{\ln R} \quad (6.12)$$

que equivale exactamente a (6.3). Por este motivo la ecuación (6.11) puede considerarse una expresión de Thiem generalizada



7. Interpretación de ensayos de bombeo en medios heterogéneos por el método de Jacob



7. Interpretación de ensayos de bombeo en medios heterogéneos por el método de Jacob

7.1 Introducción

En este capítulo y los siguientes nos ocupamos del flujo convergente en condiciones transitorias. Consideramos, por tanto un bombeo de caudal Q en un punto determinado del acuífero. Un ensayo de bombeo consiste en registrar el descenso de niveles en uno o varios puntos. A partir de la curva descenso-tiempo es posible obtener los parámetros hidráulicos en un modelo en un medio homogéneo.

La metodología consiste en plantear la ecuación de flujo transitorio en un medio homogéneo. La presencia de un pozo de bombeo produce un descenso en cada punto y en cada tiempo que responde a la ecuación

$$\nabla^2 s = \frac{S}{T} \frac{\partial s}{\partial t} \quad (7.1)$$

donde $s(r,t)$ es el descenso, S y T los parámetros hidráulicos y el laplaciano ∇^2 se reescribe en polares como $\nabla^2 \equiv \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right)$. Se están suponiendo condiciones de simetría radial. Las condiciones de contorno serán

$$\begin{aligned} \lim_{r \rightarrow \infty} s(r,t) &= 0 \\ \lim_{r \rightarrow 0} 2\pi T r \frac{\partial s}{\partial r} &= Q \end{aligned} \quad (7.2)$$

y las condiciones iniciales

$$s(r,0) = 0 \quad (7.3)$$

La solución a esta ecuación fue obtenida por Theis (1935) por analogía con la solución correspondiente a la ecuación del calor, y puede escribirse como

$$\begin{aligned} s &= \frac{Q}{4\pi T} W(u) \\ W(u) &= \int_u^\infty \frac{\exp[-x]}{x} dx \\ u &= \frac{r^2 S}{4Tt} \end{aligned} \quad (7.4)$$

La función $W(u)$ se conoce como función de pozo en hidrogeología, pero se llama función exponencial integral, en otros campos de la física y la ingeniería.

El problema para la utilización de la fórmula (7.4) es que la función $W(u)$ no admite una expresión analítica simplificada para todos los valores de u . De hecho la única simplificación conocida válida

para todo el rango de valores de u aparece en términos de funciones modificadas de Bessel.

Sin embargo, sí existe una expresión muy simple válida para un rango habitual de valores de u . Así, a partir de un desarrollo en serie de la función $W(u)$ puede comprobarse que la expresión (7.4) se puede aproximar como

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \ln \frac{2.25Tt}{r^2 S} \quad (7.5)$$

conocida como la expresión de Jacob. La aproximación es tanto mejor cuanto mayor sea t o menor r . Normalmente se considera que la aproximación es muy buena con $u < 0.03$.

Si en un acuífero homogéneo se desarrolla un bombeo constante, se miden los descensos en un punto, y éstos se dibujan en un gráfico s vs. $\log t$, a partir de un determinado momento los puntos de alinearán. Esto sucederá precisamente en torno al tiempo en que u está en torno a 0.03. A partir de (7.5) podemos escribir la ecuación de la recta que se desarrolla, en términos de logaritmos decimales

$$s = 0.183 \frac{Q}{T} \log t + 0.183 \frac{Q}{T} \log \frac{2.25T}{r^2 S} \quad (7.6)$$

De (7.6) se deduce que la recta tendrá una pendiente $m = 0.183 \frac{Q}{T}$ y un punto de corte con el eje de ordenadas $s_0 = 0.183 \frac{Q}{T} \log \frac{2.25T}{r^2 S}$, mientras que el punto de corte con las abscisas sería $t_0 = \frac{r^2 S}{2.25T}$

Es en estas últimas expresiones en las que se basa el método más habitual para la obtención de parámetros hidráulicos en ensayos de bombeo, y que fue originalmente presentado por Cooper y Jacob (1946). Así, una vez dibujados los descensos vs. tiempo en un gráfico semilogarítmico ajustamos una recta a los puntos correspondientes a los tiempos mayores. De esta recta encontramos gráficamente la pendiente, m , y el punto de corte con el eje de abscisas, t_0 . Entonces los parámetros hidráulicos del acuífero se obtienen como

$$\begin{aligned} T &= 0.183 \frac{Q}{m} \\ S &= \frac{2.25Tt_0}{r^2} \end{aligned} \quad (7.7)$$

Supongamos ahora un medio heterogéneo, donde la transmisividad no es constante, sino una función

espacial, $T(\mathbf{x})$, en general desconocida. Este sería el caso de un acuífero real, puesto que es ampliamente reconocido el hecho de que la transmisividad puntual varía, incluso en algunos órdenes de magnitud, en acuíferos con una gran apariencia de homogeneidad.

Si realizamos un ensayo de bombeo en uno de estos medios heterogéneos veremos como el comportamiento del sistema es muy similar, de manera que para tiempos grandes también llega a desarrollarse una recta en un gráfico semilogarítmico descenso-tiempo como veremos más adelante en numerosos ejemplos en medios heterogéneos de muy diverso tipo. De esta recta podemos obtener la pendiente y el punto de corte con la abcisas, y así obtener unos pseudoparámetros del medio a partir de una extensión de (7.7)

$$T_{est} = 0.183 \frac{Q}{m} \quad (7.8)$$

$$S_{est} = \frac{2.25Tt_0}{r^2}$$

La pregunta inmediata es cuál es el significado de estas estimaciones; es decir, si existe alguna rela-

ción entre los valores así deducidos y la distribución real de transmisividades en el medio.

El proceso que seguimos para responder esta pregunta es presentar primero una serie de ejemplos para mostrar cómo estas rectas llegan realmente a desarrollarse. Veremos además que los valores de T_{est} y S_{est} muestran unas características muy particulares de homogeneidad y heterogeneidad espacial, respectivamente.

En segundo lugar presentamos una deducción analítica que explica los resultados observados en acuíferos reales. En el capítulo siguiente se presentarán unas simulaciones numéricas que permiten comprobar los resultados analíticos y validar las observaciones en acuíferos reales.

7.2 Análisis de los datos de T_{est} y S_{est} en acuíferos reales

El comportamiento de los parámetros estimados de ensayos de bombeo de larga duración es muy similar independientemente del tipo de medio que estamos tratando. Meier et al. (1998) presentan tres ejemplos, correspondientes a una fractura única, un

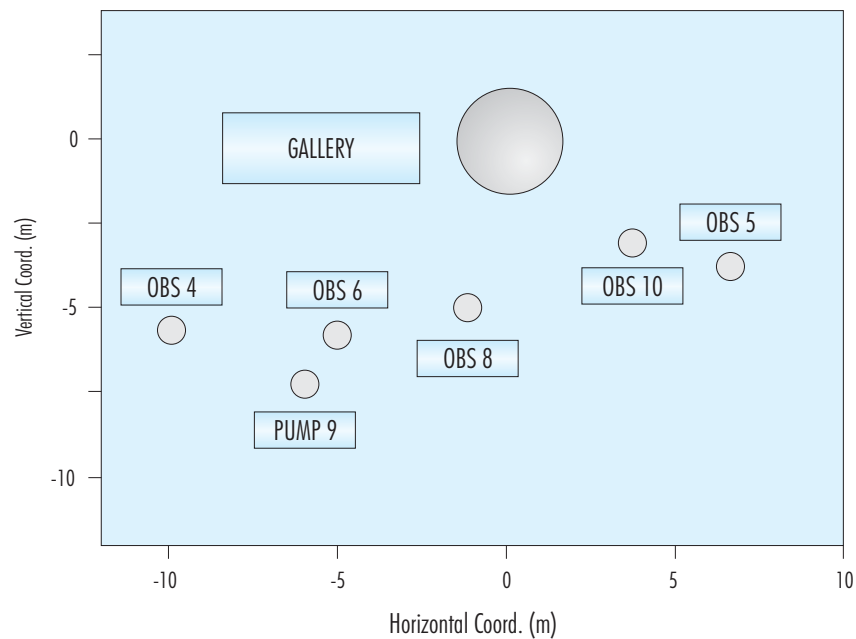


Figura 7.1. Localización de los sondes y de la galería en la zona de cizalla.

medio fracturado y un acuífero aluvial. Reproducimos aquí el primero de dichos ejemplos, y que corresponde al experimento de migración en el Grimsel Test Site

El laboratorio de Grimsel consta de una serie de galerías localizadas 450 m bajo la superficie de una macizo granítico. La galería cortan varias zonas de cizalla, que puede conceptualizarse como una fractura vertical, con un espesor de unos 0.5 m y puede considerarse como un medio bidimensional. En esa zona se excavan ocho sondeos, algunos de los cuales se presentan en la [Figura 7.1](#).

En esas perforaciones se realizan ensayos de bombeo de muy corta duración (5-10 s), que permiten obtener valores de transmisividad de carácter puntual. Los valores de transmisividad estimados oscilan entre 10^{-8} y 5×10^{-6} m²/s, indicadores de la gran heterogeneidad del medio. Los valores estimados de coeficiente de almacenamiento también varían en muchos órdenes de magnitud, entre 5×10^{-10} y 10^{-5} (Meier, 1997), aunque esto debe reflejar más la incertidumbre en la estimación de S.

Posteriormente se llevaron a cabo ensayos de interferencia de 2 horas de duración bombeando en diversos puntos. En la [Figura 7.2](#) se muestra los gráfi-

cos de descenso-tiempo para los distintos puntos de observación cuando el punto de bombeo era el sondeo 9. El caudal bombeado fue de 200 l/min.

De la [Figura 7.2](#) se observa como, independientemente del punto considerado, puede considerarse que todas las curvas tienden a una recta a partir de un tiempo determinado (que varía para cada curva). Lo más característico, sin embargo, es que además todas las rectas tienen la misma pendiente.

En consecuencia, es posible utilizar el método de Cooper-Jacob para deducir unos valores de T_{est} y S_{est} , y además, los valores de T_{est} que se obtengan (inverso de la pendiente de las rectas) van a ser todos muy semejantes.

Los valores de los parámetros estimados se representan en la [Figura 7.3](#)

Como resultado principal respecto a los ensayos de larga duración debe destacarse que, así como los valores de T_{est} son muy constantes, los valores de S_{est} tienen un rango de variación de varios órdenes de magnitud. De hecho, esto sucede en casi todos los ensayos de interferencia. Los valores de T deducidos por el método de Jacob de las curvas de descenso en distintos puntos de observación tienden a ser muy parecidos. Veremos ahora como este resultado pue-

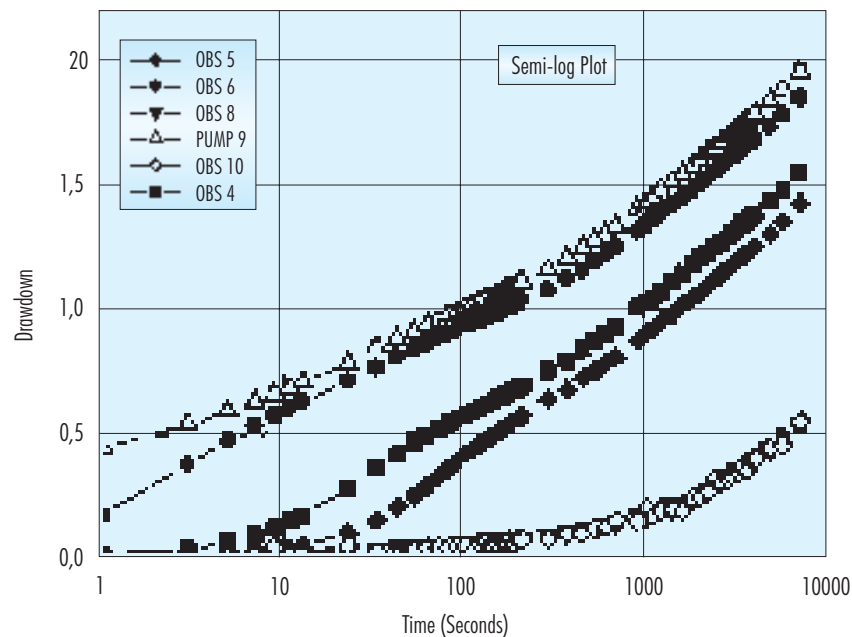


Figura 7.2. Gráfico semilogarítmico de descensos-tiempos para diversos puntos de observación en un ensayo de interferencia.



Figura 7.3. Resultados de los valores de parámetros estimados en los ensayos de corta (a) y larga duración (b) en la zona de cizalla de Grimsel.

de obtenerse de modo analítico y, posteriormente, analizaremos las consecuencias del mismo.

Este mismo resultado ha sido observado en otros muchos lugares, con características muy distintas. Un resumen de un cierto número de observaciones se recoge en Meier et al. (1998).

7.3 La ecuación del flujo transitorio

La ecuación correspondiente a flujo transitorio puede desarrollarse de modo similar a la correspondiente a caso estacionario y ya presentada en capítulos anteriores. Así, podemos desarrollar la solución en una

serie infinita de términos $\left(h(\mathbf{x}) = \sum_{i=0}^{\infty} h^{(i)}(\mathbf{x})\right)$ que se pueden ir obteniendo de manera iterativa.

El punto de partida es la propia ecuación de flujo escrita

$$\nabla \cdot (T \nabla h) = S \frac{\partial h}{\partial t} \quad (7.9)$$

Si escribimos $Y = \ln T$ y reescribimos la ecuación (7.9) llegaremos a una nueva forma de la ecuación que permite un tratamiento matemático más simplificado

$$\nabla^2 h + \nabla Y \nabla h = S e^{-Y} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (7.10)$$

con las siguientes condiciones de contorno e iniciales

$$\begin{aligned} \lim_{|\mathbf{x}| \rightarrow \infty} h(\mathbf{x}, t) &= 0 \\ \lim_{r \rightarrow 0} \left(r \frac{\partial h}{\partial r} \right) &= \frac{Q}{2\pi T_w} \\ h(\mathbf{x}, t) &= 0 \quad \text{en } t = 0 \end{aligned} \quad (7.11)$$

De nuevo conviene expandir la variable Y alrededor de un valor central. En este caso, y a diferencia del caso estacionario, conviene utilizar como valor central la esperanza matemática, de manera que $Y(\mathbf{x}) = \langle Y \rangle + Y'(\mathbf{x})$.

Una vez realizada la expansión obtendremos una serie de términos en forma de productos del tipo $h^{(i)} Y'^k$ que pueden agruparse de infinitas maneras para formar una secuencia iterativa. Por consistencia se han agrupado en una misma ecuación todos los términos en los que $j + k = \text{cte}$. Se puede comprobar entonces que todas las ecuaciones presentan una forma análoga, del tipo

$$Lh^{(i)} = f_i(Y'^i h^{(0)}, Y'^{i-1} h^{(1)}, \dots, Y' h^{(i-1)}) \quad (7.12)$$

donde L es un operador diferencial definido

$$L = \nabla^2 - \frac{S}{T_G} \frac{\partial}{\partial t} \quad (7.13)$$

y $T_G = \exp(\langle Y \rangle)$, que correspondería estrictamente a la media geométrica de los valores puntuales de T si la distribución univariada de esta variable fuese multi-log Gaussiana.

Como además las condiciones de contorno no son homogéneas seguimos teniendo infinitas posibilidades para la expansión de h . Con la intención de minimizar el error de truncamiento que realizaremos al aproximar la solución para h por los primeros términos de la serie, conviene transferir todas las no-homogeneidades al término $h^{(0)}$.

En definitiva, $h^{(0)}$ será la solución del siguiente problema de contorno

$$\nabla^2 h^{(0)} - \frac{S}{T_G} \frac{\partial h^{(0)}}{\partial t} = 0 \quad (7.14a)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} h^{(0)}(r, t) = 0 \quad (7.14b)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left(r \frac{\partial h^{(0)}}{\partial r} \right) = \frac{Q}{2\pi T_w} \quad (7.14c)$$

$$h^{(0)}(r, 0) = 0 \quad (7.14d)$$

La solución a esta ecuación es una simple variante de la deducida por Theis (la única diferencia estriba en que la T de 7.14a no es igual a la de 7.14c). Esto implica:

$$\begin{aligned} h^{(0)} &= \frac{Q}{4\pi T_w} W(u) \\ u &= \frac{r^2 S}{4T_G t} \end{aligned} \quad (7.15)$$

nótese que en la solución intervienen dos transmisividades distintas, T_w y T_G ; sólo en el caso homogéneo $T_w = T_G$.

7.4 Análisis de S_{est}

El siguiente paso consiste en calcular el término $h^{(1)}$, que corresponde a la solución del problema de contorno

$$\nabla^2 h^{(1)} - \frac{S}{T_G} \frac{\partial h^{(1)}}{\partial t} = -\nabla \cdot (Y' \nabla h^{(0)}) \quad (7.16)$$

Con condiciones de contorno e iniciales homogéneas. La solución se puede expresar en términos de la función de Green, G , que corresponde a la solución del problema

$$\nabla^2 G - \frac{S}{T_G} \frac{\partial G}{\partial t} = -\delta(\mathbf{r}, \rho, t, \tau) \quad (7.17)$$

y que es

$$G(\mathbf{r}, \rho, t, \tau) = \frac{1}{4\pi(t-\tau)} \exp\left(\frac{-|\mathbf{r}-\rho|^2 S}{4T_G(t-\tau)}\right) \quad (7.18)$$

Sánchez-Vila et al. (1999 b) demuestran que $h^{(1)}(r, t)$ para tiempos largos tiende a

$$\begin{aligned} & \frac{Q}{4\pi T_w} \left[\frac{-1}{\pi} \int_V Y(\rho, \phi) U(r, \rho, \theta, \phi) \frac{1}{\rho} dV \right] + \\ & + (Y_w - \langle Y \rangle) \ln \frac{2.25 T_G t}{r^2 S} \quad (7.19) \\ U(r, \rho, \theta, \phi) & = \frac{\rho - r \cos(\theta - \phi)}{\rho^2 + r^2 - 2\rho r \cos(\theta - \phi)} \end{aligned}$$

Nótese que el segundo término del corchete en (7.19) crece linealmente con $\ln t$, mientras que el primero es constante. Si utilizamos el método de Jacob para la interpretación de un ensayo de bombeo, el segundo término provocaría una variación en la pendiente de la recta, mientras que el primero la desplazaría sobre el eje de tiempos.

Basándose en el comportamiento de esta solución, Sánchez-Vila et al. (1999 b) deducen que el valor de S_{est} se puede aproximar mediante

$$S_{est}(r, \theta) = S \exp\left(\frac{1}{\pi} \int_V Y(\rho, \phi) U(r, \rho, \theta, \phi) \frac{1}{\rho} dV\right) \quad (7.20)$$

El primer punto a destacar es que, mientras S es una constante, su estimación mediante el método de Jacob, S_{est} , varía según el punto de observación que se considere.

La ecuación (7.20) representa que S_{est} es una media ponderada de los valores Y sobre todo el dominio V . La consecuencia inmediata del factor de ponderación es que cuando el punto de observación se encuentra conectado con el de bombeo mediante puntos T alta, la respuesta es muy rápida, por lo que S_{est} es extremadamente pequeño, y viceversa. Los valores que se obtienen de S_{est} en un medio muy heterogéneo pueden no tener ningún significado físico, aparte del de indicar este grado de conexión entre los puntos de observación y bombeo.

Otra de las consecuencias que se derivan de (7.20) es que en un ensayo en un medio real el valor de S_{est} no es indicativo del valor real de S . Lo que que-

da de este apartado se dedica a discutir si se puede utilizar (7.20) para deducir algunas características de S a partir de diversos datos de S_{est} .

Imaginemos un acuífero en el que se realizan una gran número de observaciones procedentes de ensayos de bombeo. Se tiene, por tanto, un número de valores de S_{est} , ninguno de los cuales por sí mismo es indicativo de nada más que de las conexiones relativas con sus pozos correspondientes. Pero si realizamos un tratamiento conjunto, veremos que sí se pueden utilizar para deducir el valor de S .

Partimos de (7.20) y tomamos logaritmos:

$$\begin{aligned} \ln S_{est} & = \ln S + \\ & + \frac{1}{\pi} \int_V Y(\rho, \phi) U(r, \rho, \theta, \phi) d\rho d\phi \quad (7.21) \end{aligned}$$

Si tomamos ahora valores esperados, vemos que resulta

$$\langle \ln S_{est} \rangle = \ln S \quad (7.22)$$

es decir, que S puede estimarse como

$$S \approx \exp\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln S_{est,i}\right) \quad (7.23)$$

donde la aproximación aparece al sustituir el valor esperado por la media muestral, por lo que será tanto mejor cuanto mayor sea el número de datos, n .

7.5 Análisis de T_{est}

Para hacer un análisis de T_{est} no es suficiente con encontrar la expresión para $h^{(1)}$ y truncar la serie de h , sino que debe llegarse por lo menos a $h^{(2)}$. La ecuación para $h^{(2)}$ es

$$\begin{aligned} \nabla^2 h^{(2)} - \frac{S}{T_G} \frac{\partial h^{(2)}}{\partial t} & = \\ & = -\frac{1}{2} \nabla \cdot (Y^2 \nabla h^{(0)}) - (Y \nabla h^{(1)}) \quad (7.24) \end{aligned}$$

de nuevo con condiciones de contorno e iniciales homogéneas. Aunque la solución para $h^{(2)}$ puede expresarse de forma compacta en términos de producto de derivadas de las funciones de Green, la expresión resultante debe simplificarse para llegar a una forma que admita un análisis comprensible.

En realidad no necesitamos encontrar la solución completa, sino que sólo estamos interesados en encontrar el comportamiento de (7.24) para $t \rightarrow \infty$. El

primer resultado es que el término dominante tiene orden $\ln t$. Este es un resultado muy importante, ya que permite asegurar que, al menos hasta orden 2 en el desarrollo en serie, h se comporta siguiendo una recta en un gráfico h vs. $\log t$.

Además, si encontramos el coeficiente que multiplica a $\ln t$, podremos realizar una corrección de orden 2 a la pendiente de la recta. El resultado final puede encontrarse en Sánchez-Vila et al (1999 b)

$$T_{est} = T_G \exp \left(\frac{1}{4\pi} \lim_{\rho \rightarrow \infty} \frac{1}{\pi \rho^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} Y(\rho) Y(\rho') \frac{(\rho^2 - \rho'^2) \cos(\phi - \phi') - 2\rho\rho'}{(\rho^2 - \rho'^2 + 2\rho\rho' \cos(\phi - \phi'))^2} \rho^3 d\phi d\phi' d\rho \right) \quad (7.25)$$

Y el resultado fundamental es que T_{est} no es una función de la posición del punto de observación. Esto concuerda con las observaciones realizadas en Grimsel y en otros muchos lugares, donde se ve

que en los ensayos de larga duración al dibujar los descensos versus $\log t$ en varios puntos, todos llegan a desarrollar una recta de pendiente constante.

El significado hidrogeológico de este valor constante T_{est} y su importancia como estimador se verá en el capítulo posterior dedicado al análisis numérico de este mismo problema.

Como resumen cabe decir que, aunque las fórmulas para T_{est} y S_{est} han sido obtenidas con distintos grados de aproximación de la solución de h (truncamiento a orden 2 u orden 1, respectivamente), sí es posible conjeturar que existe una ecuación de Jacob generalizada en la forma

$$h = \frac{Q}{4\pi T_{est}} \ln \frac{2.25 T_{est} t}{r^2 S_{est}} \quad (7.26)$$

donde T_{est} y S_{est} vienen dados por (7.25) y (7.20) respectivamente.



8. Análisis numérico de la expresión de Jacob generalizada



8. Análisis numérico de la expresión de Jacob generalizada

8.1. Introducción

En el capítulo anterior se han deducido unas expresiones para T_{est} y S_{est} deducidas a partir de la interpretación de un ensayo de bombeo mediante el método de Jacob. En este capítulo se pretende dar validez a esas soluciones analíticas mediante una aproximación numérica. El objetivo subsidiario es dar una interpretación a la fórmula resultante de T_{est} y obtener así una idea sobre cuál es el significado hidrogeológico de este parámetro.

La manera de abordar el problema consiste en realizar una serie de simulaciones numéricas de ensayos de bombeo en medios heterogéneos. Para ello se siguen los siguientes pasos: (1) creación de un medio heterogéneo de valores de T puntuales; (2) simulación de un ensayo de bombeo en este medio, suponiendo un pozo en un punto central del dominio que bombea un caudal constante, mediante un código de elementos finitos; (3) se registran las curvas descenso-tiempo en todos los nudos de la malla de EF y se interpreta mediante el método clásico de Jacob; (4) se generan mapas en los que se dibuja en cada nudo de la malla bien el valor de T_{est} o el de S_{est} .

De los mapas que se dibujan se obtendrán conclusiones bastante significativas sobre los ensayos de bombeo en medios heterogéneos, para lo cual se desarrolla el último punto en la metodología: (5) obtención del valor de transmisividad efectiva en cada uno de los medios estudiados, utilizando las aproximaciones de flujo paralelo o valores analíticos.

8.2 Metodología para las simulaciones numéricas

Los campos de T simulados tienen todos un tamaño de 500×500 elementos de área unidad. A cada elemento le asignamos un valor de T constante en el tiempo, aunque varía de un elemento a otro. A esta malla se le circunscribe una serie de elementos adicionales (20 por cada lado), de tamaño variable, y con un valor de T constante y de valor igual a la media geométrica de los valores puntuales dentro del dominio heterogéneo. El valor de S utilizado en las simulaciones es de 1.

El pozo se sitúa en el centro del dominio, y se calculan los descensos en todos los nudos de la malla para diversos tiempos. Las simulaciones se realizan para un tiempo suficientemente largo de modo que permita que se llegue a desarrollar la recta en el

gráfico s vs. $\log t$, pero no lo suficiente como para que la zona homogénea que rodea el dominio heterogéneo de tamaño 500×500 llegue a afectar los descensos.

Cuando se ha alcanzado este valor límite (correspondiente a unas 20000 unidades de tiempo), se ajusta una curva a los descensos correspondientes a los últimos tiempos disponibles y se evalúan T_{est} y S_{est} a partir de la pendiente de la recta y del punto de corte con el eje de abscisas siguiendo la metodología explicada en el capítulo anterior. Esto se realiza para un dominio todavía menor, de 100×100 elementos centrados en el pozo de bombeo. El objetivo es doble: (1) reducir la necesidad de memoria implicada en las simulaciones, así como el tiempo dedicado en el postproceso y (2) eliminar la posibilidad de errores producidos al utilizar la aproximación de Jacob en sustitución de la fórmula de Theis.

Cabe resaltar este último punto, puesto que con los valores adoptados y para los puntos más alejados del dominio (distancia ≈ 71 unidades de longitud) no se verifica la limitación de $u < 0.03$ que hace que el error en la aproximación de Jacob sea menor del 1%. El error en estos puntos puede cifrarse alrededor del 3%. La consecuencia será analizada posteriormente una vez vistos los resultados de T_{est} y S_{est} en un total de tres campos de transmisividad.

8.3 Resultados para el campo 1

Se considera un campo de T obtenido a partir de la realización de una función aleatoria multi-log Gaussiana, de manera que $\langle Y \rangle = 0$, $\sigma_y^2 = 10$ y el variograma es esférico, isótropo, con una distancia integral de 10 unidades de longitud. Este campo se modifica para crear otros dos, manteniendo la media y la distancia integral, pero con varianzas de 0.25 y 4.0. El primero de estos campos se muestra en la **Figura 8.1a**, donde los valores más oscuros indican mayor transmisividad y los más claros, menor. La **Figura 8.1b** representa un subdominio interior, de tamaño 100×100 .

En las **figuras 8.1c** y **8.1d** se representan las curvas de descenso-tiempo en ocho puntos situados a 10 unidades de distancia y otros ocho a 30. Puede verse que las 16 curvas tienden a rectas de pendientes casi constantes. La variación radica en la posición del punto de corte que tendría cada recta si se proyectase hasta el eje de abscisas. Esta variación es mucho mayor en el caso $\sigma_y^2 = 4.0$ con respecto al

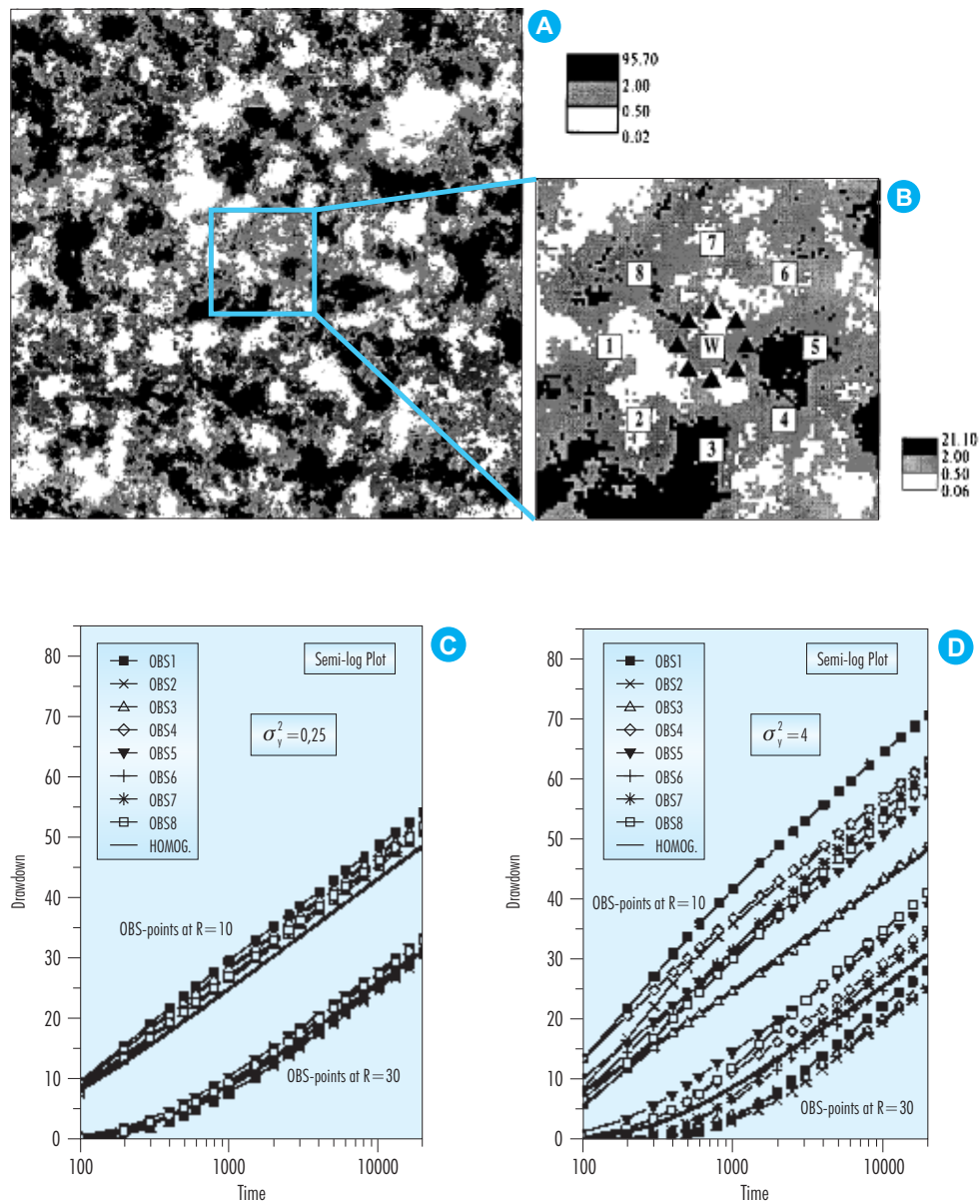


Figura 8.1. Campo número 1; (a) Campo de transmisividades de tamaño 500 x 500, (b) Subdominio de tamaño 100 x 100; (c) y (d) gráficos semilogarítmicos de descenso-tiempo para los puntos localizados en (b) (triángulos y cuadrados numerados) y para diversos valores de $\sigma_y^2 = 0.25$ y 4.0.

$\sigma_y^2 = 0.25$, donde las rectas son prácticamente coincidentes.

La distribución espacial de los valores de T_{est} y S_{est} , así como la distribución espacial de descensos para los casos $\sigma_y^2 = 0.25, 4.0$ se muestran en la Figura 8.2.

De esta figura se pueden extraer una serie de conclusiones: (1) los valores de T_{est} son todos parecidos y muy próximos a T_G , que es el valor efectivo que se obtiene para un campo multi-log Gaussiano en el caso de flujo paralelo; más adelante veremos la importancia de esta relación; (2) los valores de S_{est}

fluctúan enormemente en el espacio a pesar que S se ha tomado homogéneo en las simulaciones; (3) la estructura espacial de S_{est} no varía con σ_y^2 , aunque sí lo hacen sus valores, indicando que S_{est} está relacionado directamente con la distribución espacial de Y ; (4) existe una relación entre la distribución espacial de T (Fig. 8.1 b) y de S_{est} , aunque este último campo presenta una apariencia más suave que el primero.

Es importante señalar algunos aspectos adicionales. Primero, el efecto radial que aparece en T_{est} no es mas que un problema ligado a la validez de la aproximación de Jacob para distancias grandes. Ya hemos visto que el error puede llegar a ser de alrededor del 3% y que disminuye con el radio. Además este error tiende a minusvalorar la pendiente de la recta del gráfico decenso-log tiempo, por lo que no teniendo en cuenta este factor llegamos a valores de T_{est} superiores a los que tendríamos dejando que la simulación contemplase tiempos mayores. De todos modos los valores de T_{est} que aparecen en las simulaciones son tan constantes que no se ha creído necesario realizar una corrección que no haría más que acercar aún más los valores de T_{est} al valor T_G .

En segundo lugar se analiza el comportamiento espacial de S_{est} . En el Figura 8.1b podemos ver algunos puntos que están conectados con el pozo siguiendo un camino de alta transmisividad. En estos puntos el acuífero responde muy rápidamente y los descensos tienen lugar al cabo de un tiempo corto de bombeo. El tipo de análisis realizado conduce a asignar a esos puntos valores muy altos de S_{est} . El fenómeno contrario también tiene lugar. Estos efectos tienen mayor importancia cuanto más cerca estamos del pozo, puesto que a una cierta distancia el medio tiene tendencia a homogeneizar los valores.

En tercer lugar, comentar que Sánchez-Vila et al. (1999b) usaron este mismo campo con varianza $\sigma_y^2 = 1.0$ para demostrar que la expresión analítica para S_{est} dada por (7.20) se ajusta bien a los valores numéricos y que se puede considerar una buena aproximación. Por último, comentar que Meier et al. (1998) demostraron numéricamente que los resultados sobre T_{est} y S_{est} presentados en los párrafos anteriores eran independientes del valor de la distancia integral y del tamaño de soporte utilizado en la generación del campo heterogéneo.

8.4 Resultados para el campo número 2

En este caso se pretende estudiar el efecto de variar el valor de la transmisividad en el pozo (T_W). En el campo 1 se utilizó un método de simulación condicional para obtener los valores de T que se debían asignar a cada bloque utilizando el código GCOSIM3D (Gómez-Hernández y Journel, 1993). El condicionamiento consistía en igualar T_W al valor T_G ; es decir, que $\log T_W$ coincidiese con $\langle Y \rangle (=0)$.

En este segundo caso se repite el proceso pero condicionando a otros valores de T_W , en concreto $T_W = 0.61$ y 1.65 . La Figura 8.3 (a) y (b) muestran como las únicas variaciones que se producen (ver también 8.1 b) se concentran alrededor del propio punto de bombeo.

Las distribuciones espaciales de T_{est} y S_{est} se muestran en la Figura 8.3 (c)-(f). Los valores de T_{est} obtenidos en ambos casos son prácticamente iguales, lo que demuestra que en ensayos de larga duración T_{est} es prácticamente insensible al efecto del valor de la transmisividad alrededor del pozo.

No sucede lo mismo con S_{est} . Los valores altos de T_W resultan también en valores altos de S_{est} alrededor del pozo y viceversa. Esto es un indicador de que fenómenos locales del pozo, como el efecto de capacidad del pozo o el efecto piel pueden dar lugar a interpretaciones erróneas del valor de S utilizando el método de Jacob simplificado (naturalmente existen métodos más sofisticados que tienen en cuenta estos efectos, e incluso otros). Concretamente, si la transmisividad cerca del pozo es muy grande, los descensos en el entorno del pozo tienden a igualarse y el conjunto actúa como si su almacenamiento fuese efectivamente grande.

8.5 Resultados para el campo número 3

En este caso se estudia un caso donde la distribución de $\log T$ no es multiGaussiana, sino que las transmisividades altas presentan una mayor continuidad espacial que las bajas. El campo utilizado puede verse en la Figura 8.4 a para una varianza de los valores puntuales de Y $\sigma_y^2 = 1.0$. A partir de este primer campo y reescalando los valores puntuales se obtuvieron otros dos campos en los que $\sigma_y^2 = 2.1$ y 4.1 .

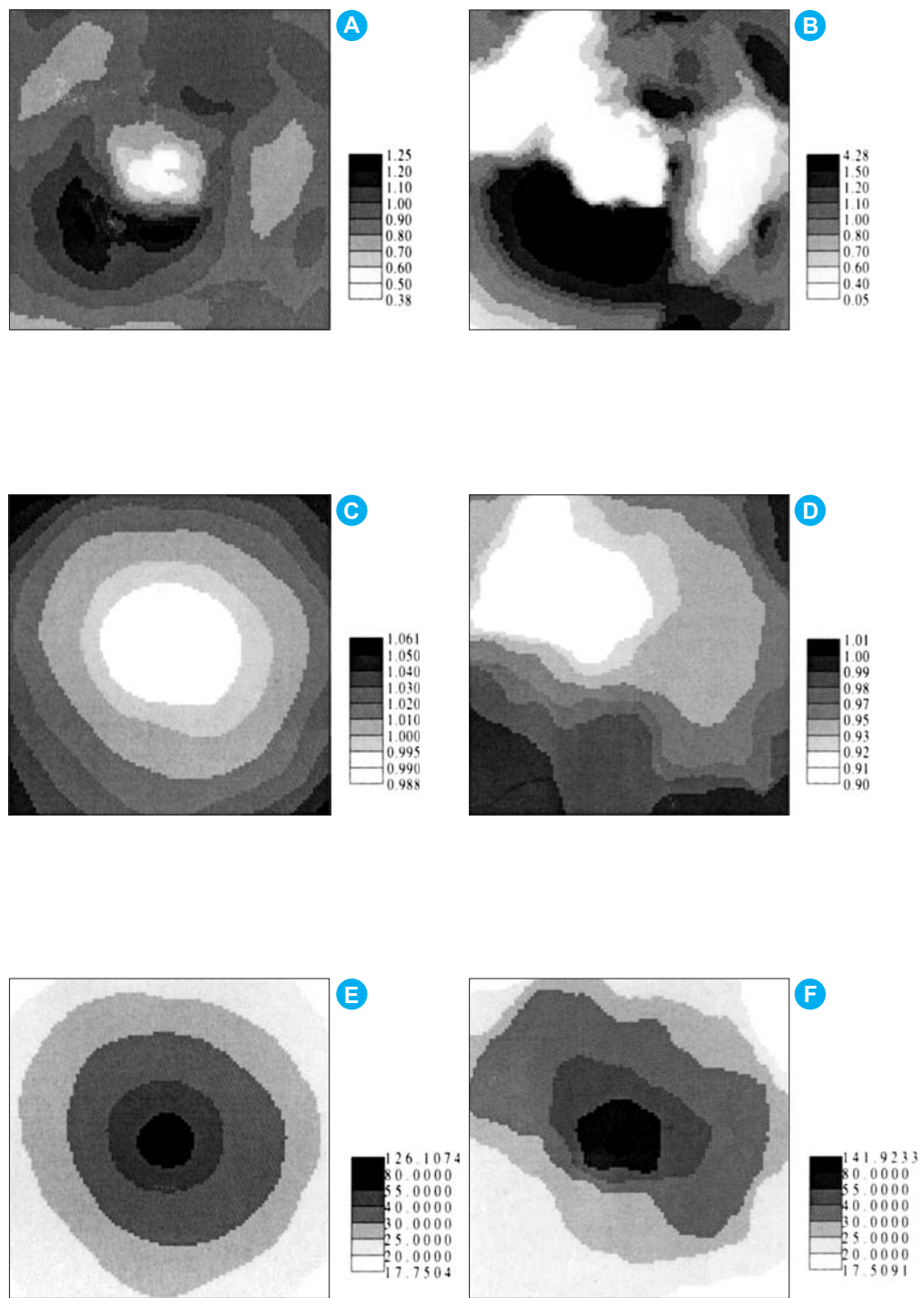


Figura 8.2. Campo número 1. Gráficos de la izquierda (a, c, e) corresponden a $\sigma_y^2 = 0.25$ y los de la derecha (b, d, f) a $\sigma_y^2 = 4.0$. (a) y (b) distribución espacial de S_{est} ; (c) y (d) distribución espacial de T_{est} ; (e) y (f) descensos.

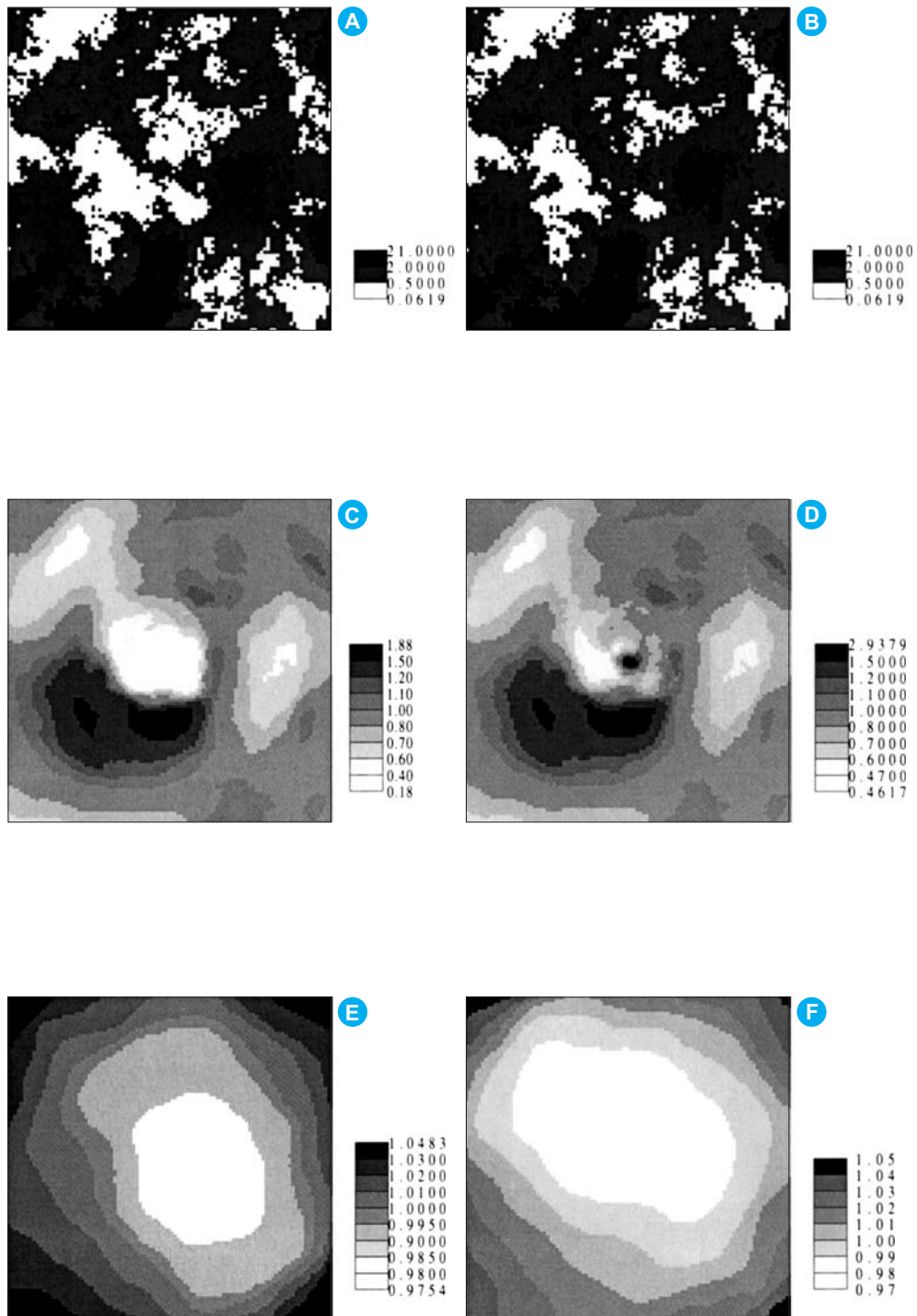


Figura 8.3. Campo número 2; la columna de la izquierda muestra los resultados de campo generado (a), S_{est} (c) y T_{est} (e) para el caso $T_w = 0.61$. La columna de la derecha muestra las mismas figuras para el caso $T_w = 1.65$ y corresponden a (b), (d) y (f), respectivamente.

En la **Figura 8.4** (c)-(f) pueden verse los valores de T_{est} y S_{est} obtenidos para las distintas varianzas. Se observa como de nuevo T_{est} es bastante constante en cada uno de los campos, pero como ahora el valor medio de T_{est} crece con la varianza. Este resultado será objeto de un análisis posterior.

Respecto a los valores de S_{est} se ha optado por presentar un único dibujo, puesto que la apariencia de los tres es muy similar. En este caso, y debido a las grandes discontinuidades en el campo de T es difícil encontrar una relación entre dicho campo y el de S_{est} que, en todo caso, debe ser mucho menos variable al tratarse de valores que se obtienen por integración respecto a todo el dominio (ecuación (7.20)).

8.6 La relación entre la transmisividad estimada y la efectiva

El último punto que nos queda por explorar procede de los resultados de T_{est} que se obtenían para el campo # 3 respecto a los obtenidos en los dos campos anteriores. Para ello se define una metodología que permite obtener el valor de T_{eff} en un campo dado suponiendo condiciones de flujo paralelo.

El método consiste en simular flujo paralelo en un medio heterogéneo suponiendo un dominio cuadrado, imponer una diferencia de nivel en dos de los lados paralelos (ΔH) e imponer flujo nulo en los otros dos lados del cuadrado. Si se calcula entonces el caudal total extraído, Q , el valor efectivo de

T en dirección x se obtiene de hacer $T_{eff,x} = Q / (\Delta H)$. El proceso puede repetirse en dirección y para obtener $T_{eff,y}$. Una buena aproximación del valor de T_{eff} es la media geométrica de los valores direccionales ($T_{eff} = (T_{eff,x} T_{eff,y})^{1/2}$).

En la **Tabla 8.1** se recogen los valores de T_{eff} para cada uno de los campos estudiados. Se incluye también una última columna en la que se recoge T_{avg} , que es la media aritmética de los valores de T_{est} obtenidos en cada uno de esos campos.

En la **Tabla 8.1** se observa que en los casos de log-T multinormal el valor de $T_{eff} / T_G \approx 1.00$, tal como predice la teoría. Este efecto desaparece cuando lo hace la multinormalidad, y así en el campo número 3 $T_{eff} > T_G$ y además T_{eff} es una función de σ_y^2 . Este efecto ya había sido estudiado por Sánchez-Vila et al. (1996).

Este mismo efecto se aprecia también en T_{avg} . En los dos primeros campos $T_{avg} \approx T_G$, mientras que en el último $T_{avg} (\sigma_y^2) > T_G$. Lo más sorprendente, sin embargo, es que T_{avg} aproxima bastante bien el valor de T_{eff} .

Como conclusión más importante de este trabajo tenemos, pues, que cuando se realiza una interpretación de un ensayo de bombeo mediante la metodología clásica de Jacob, el valor de T_{est} que obtenemos no sólo es un valor medio representativo del medio, sino que además coincide prácticamente con el valor de transmisividad efectiva que después usaremos en nuestros modelos, por lo que la información obtenida de un ensayo de este tipo es de gran aplicación práctica.

Tabla 8.1
Comparación entre T_{eff} (flujo paralelo) y T_{avg} para los diferentes campos estudiados.

Campo	T_w	l	σ_y^2	T_G	T_{eff} / T_G	T_{avg} / T_G
1	1.00	10	0.25	1.00	1.00	1.01
1	1.00	10	1.01	1.03	1.00	0.97
1	1.00	10	4.04	1.00	0.99	0.96
2	1.65	10	1.01	1.03	1.00	0.97
2	0.61	10	1.01	1.03	1.00	0.97
3	1.00	25	1.03	1.00	1.10	1.13
3	1.00	25	2.06	1.02	1.24	1.23
3	1.00	25	4.12	1.00	1.58	1.48

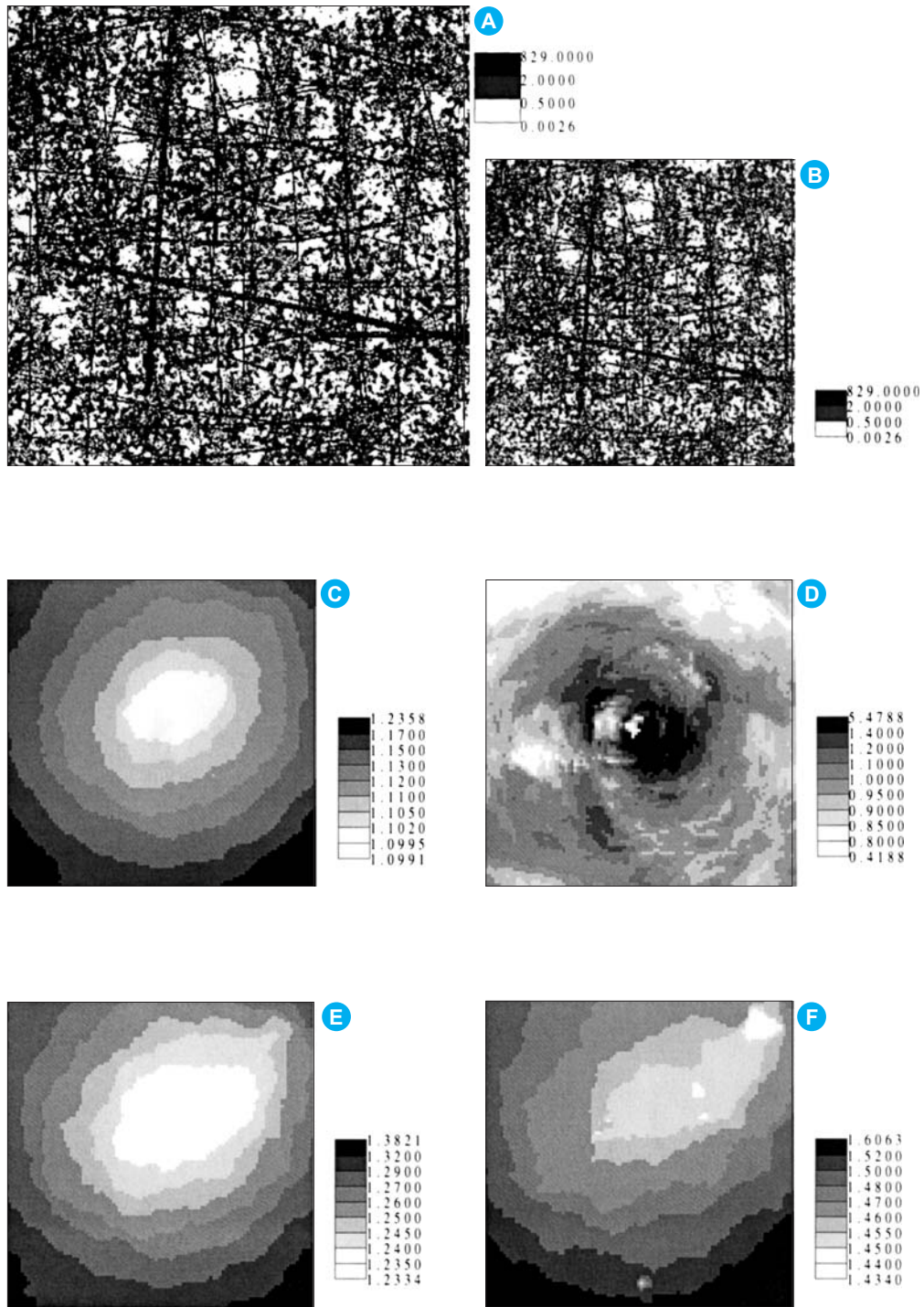
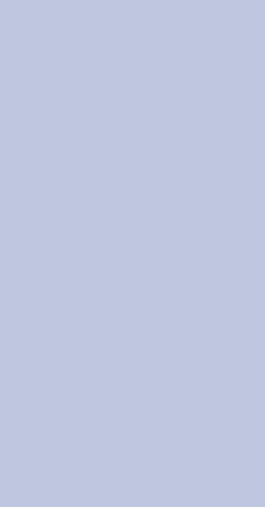



Figura 8.4. Campo número 3; (a) Valores de T en el dominio de 500×500 para $\sigma_y^2 = 1.0$; (b) subdominio de tamaño 100×100 ; (c), (e) y (f) distribución espacial de los valores de T_{est} para $\sigma_y^2 = 1.0, 2.1$ y 4.1 , respectivamente; (d) distribución espacial de S_{est} para $\sigma_y^2 = 1.0$.



9. La representatividad
de los valores
de capacidad específica
como estimadores
de la transmisividad



9. La representatividad de los valores de capacidad específica como estimadores de la transmisividad

9.1 Introducción

Un estudio hidrogeológico completo requiere la obtención de valores representativos de los parámetros hidráulicos, fundamentalmente de la transmisividad (T). Como la obtención de T suele ir ligada a ensayos muy caros, se tiende a estimar los valores a partir de datos de capacidad específica (Q/s) que supone dividir el caudal bombeado en un pozo por el descenso observado en el mismo al cabo de un cierto tiempo.

Para ver la relación existente entre ambos suponemos el caso de un acuífero confinado, homogéneo y considerando pérdidas en el pozo

$$s = 0.183 \frac{Q}{T} \log \frac{2.25Tt}{r_w^2 S} + C Q^n \quad (9.1)$$

Donde r_w es el radio del pozo, C es el coeficiente de pérdidas y n una constante ($n > 1$). A partir de esta definición se obtiene que

$$\frac{Q}{s} = \left[\frac{0.183}{T} \log \frac{2.25Tt}{r_w^2 S} + C Q^{n-1} \right]^{-1} \quad (9.2)$$

por lo que Q/s decrece con el tiempo y, si $C \neq 0$, con Q . Sin embargo, para un caudal dado Q/s se suele suponer constante, ya que la variación con el tiempo suele ser despreciable (Todd, 1980).

Por este motivo se puede utilizar la expresión de Dupuit-Thiem para condiciones de flujo estacionario y entonces aparece la clásica relación lineal entre T y Q/s que se encuentra frecuentemente en los libros de hidrogeología:

$$T = A \frac{Q}{s} \quad (9.3)$$

Con $A = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{r_e}{r_w}$. La constante A depende del valor del radio de influencia (r_e) y del radio del pozo de bombeo. Para pozos grandes $A \approx 1.0$ y para pozos pequeños suele ser próximo a 1.4 (Custodio y Llamas, 1983).

En medios reales se ha comprobado, sin embargo, que la relación dada por (9.3) es demasiado simplista y se tiende a realizar regresiones entre pares de valores T - Q/s . El tipo de regresión más usado es el lineal cuando ambos parámetros se dibujan en escala logarítmica, aunque algunos autores (Mace, 1997) prefieren regresiones polinómicas. De hecho, es habitual que cuando se representa la transmisivi-

dad deducida de ensayos de bombeo en función de la capacidad específica, la gráfica resultante muestre una cierta convexidad. Esto sugiere que T crece menos que Q/s para capacidades específicas grandes. Esto se ha atribuido a un cierto desarrollo del pozo. En este capítulo mostraremos que la variabilidad espacial T explica dicho fenómeno.

Una posibilidad que se ofrece es realizar un análisis numérico exhaustivo de la relación entre ambos parámetros en medios heterogéneos en los que la distribución espacial de la transmisividad es bien conocida. Este es el objetivo fundamental de este último capítulo, en el cual se realiza además un estudio de valores efectivos con el que se pretende ligar los resultados sobre capacidades específicas con los obtenidos en los dos capítulos anteriores.

9.2 Las simulaciones numéricas

Se realizan simulaciones numéricas sobre los campos 1 y 3 del capítulo anterior. Se consideran los casos de $\sigma_y^2 = 1.0$ y 4.0. En ambos casos se sigue la metodología que se presenta a continuación: (1) se simulan 169 ensayos de bombeo de corta duración en puntos de la malla formada un submalla regular 30 x 30 unidades de longitud que recubre todo el dominio; (2) determinación de Q/s (directamente) y de T usando el método de Jacob; (3) comparación de algunos valores de tendencia central (medias aritmética y geométrica y mediana) de las 169 T estimadas (T_{est}) con el valor efectivo (T_{eff}) correspondiente al medio heterogéneo. La diferencia respecto al capítulo anterior aparece por el hecho de que el ensayo tiene una duración corta, por lo que la recta que aparecería en el gráfico s vs. $\log t$ no llega a desarrollarse totalmente.

El procedimiento seguido para los 169 ensayos de bombeo de corta duración es muy similar al planteado en el capítulo anterior, con la única diferencia de que la simulación se realiza sobre un dominio reducido para limitar el tiempo de CPU. El dominio reducido se amplía con un número de elementos de tamaño mayor y transmisividad constante ($=T_G$) para limitar los efectos de los contornos sobre los niveles calculados. La malla de elementos finitos se refina enormemente alrededor del pozo para minimizar los posibles errores numéricos, ya que el punto de mayor interés es el propio pozo.

Las simulaciones se terminaron para tiempos de 100 unidades (en el capítulo anterior se llevaban

hasta $t = 20000$ uds). El radio equivalente del pozo resultó ser $r_w = 0.0123$ uds longitud.

Los valores de T_{est} se obtuvieron para dos tiempos distintos, un tiempo que llamaremos inicial y que corresponde al tramo de 8-10 uds tiempo y el tiempo intermedio (80 – 100 uds tiempo). Entre los valores correspondientes a $t = 8$ y 10 (80 y 100 en el segundo caso), se interpolaba una recta por mínimos cuadrados y a partir de ese valor se deducía T_{est} .

Los valores de Q/s se obtuvieron de dividir el caudal resultante por el descenso registrado en el pozo al cabo de $t = 10$ uds tiempo (100 para tiempo intermedio). Los valores de Q/s vs. T se presentan en la **Figura 9.1**.

En esta misma figura y para cada campo y varianza se presenta la recta de regresión lineal (línea continua). En los mismos gráficos se presenta también la solución no-lineal dada por (9.2) (línea discontinua).

La **Tabla 9.1** recoge un resumen de los valores estadísticos correspondientes a T_{est} y a Q/s referidos al valor de T_{eff} (ver Capítulo 8).

9.3 Discusión de resultados

La alta dispersión de los pares T –Q/s que se aprecia en la **Figura 9.1** y los bajos coeficientes de regresión de la **Tabla 9.1** indican una gran desviación de los resultados con los que se obtendrían de aplicar directamente la ecuación (9.2). Las desviaciones aumentan para tiempos intermedios (IT), a la vez que el coeficiente de regresión disminuye. Las curvas de regresión presentan pendientes menores para IT, en contraste con la solución de (9.2).

Un punto notable es que los pares T-Q/s tienden a situarse sobre la solución de (9.2) cuando los valores están por debajo de la media. Para valores altos, estos valores se apartan mucho y se observa

Tabla 9.1
Parámetros de los campos de T heterogéneos, resultados del análisis de regresión lineal y medidas de tendencia central de T_{est} y Q/s.

Parámetros geoestadísticos de los campos simulados		Análisis de regresión lineal			Medidas de tendencia central de T_{est} y Q/s									
Campo	l	σ_l^2	T_g	T_{eff}	Periodo	m	b	R	T_g/T_{eff}	T_g/T_{eff}	T_m/T_{eff}	$(Q/s)_g$	$(Q/s)_a$	$(Q/s)_m$
MGT	15	1.0	1.00	1.00	ET	1.02	-0.044	0.98	0.94	1.31	0.98	1.04	1.44	1.05
					IT	0.80	0.008	0.93	0.90	1.12	0.92	0.86	1.17	0.88
MGT	15	4.0	1.00	1.00	ET	1.01	-0.072	0.98	0.87	2.55	1.00	1.03	3.13	1.04
					IT	0.80	-0.070	0.93	0.72	1.32	0.85	0.82	2.22	0.90
NMGT	-	1.0	1.00	1.11	ET	0.68	-0.044	0.86	0.91	1.04	1.01	1.18	1.46	1.25
					IT	0.36	0.022	0.65	0.93	0.99	0.99	0.96	1.14	1.05
NMGT	-	4.0	1.00	1.52	ET	0.77	-0.097	0.89	0.69	1.09	0.93	1.43	2.86	1.85
					IT	0.53	0.022	0.79	0.73	0.92	0.88	1.09	1.95	1.32
MGT: Campo de log-T MultiGaussiano NMGT: Campo de log-T NonmultiGaussiano					ET: tiempo inicial IT: tiempo intermedio m: pendiente de la recta de regresión b: término independiente de la recta de regresión R: coeficiente de regresión						Los sufijos g, a, m indican respectivamente media geométrica, media aritmética y mediana. Los valores más próximos a 1.00 se resaltan en negrita.			

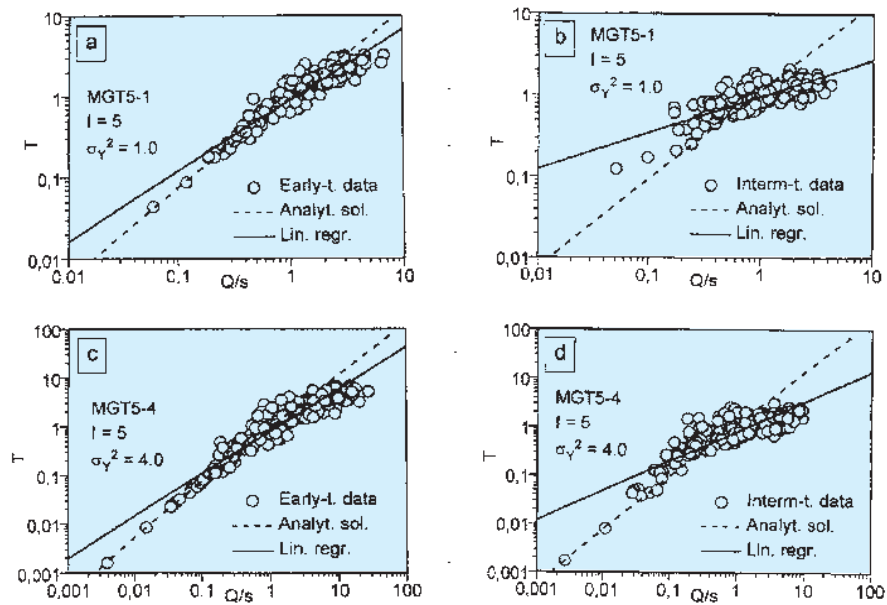


Figura 9.1. Gráfico log-log de T_{est} vs Q/s para los tiempos inicial e intermedio correspondientes a los 169 ensayos interpretados en los campos número 1 (MGT) con $\sigma_y^2 = 1.0$ (a, b) y $\sigma_y^2 = 4.0$ (c, d).

una tendencia a estabilizarse. El valor de σ_y^2 afecta los rangos de valores, pero apenas afecta la forma de las curvas.

Estos puntos pueden explicarse por la heterogeneidad del medio, utilizando algunas de las conclusiones del capítulo anterior. Por lo que respecta a T_{est} , sus valores son muy sensibles a la duración del ensayo y a los valores locales de T alrededor del pozo. Como todos los ensayos han tenido una duración igual, aquellos realizados en zonas de T alta han afectado un radio mayor, con lo que el resultado que se obtiene es una media de la zona afectada que, en general, será menor que los valores puntuales.

Lo contrario sucede cuando el ensayo se realiza en una zona de baja T . Ahora el área afectada es menor y el valor estimado se acerca al valor puntual. Por esta razón la media geométrica de T_{est} tenderá siempre a dar un valor menor que el real, mientras que la mediana será una medida más adecuada.

La media aritmética tenderá siempre a sobreestimar los resultados.

Si se analiza ahora los valores Q/s , se nota como están muy dominados por los valores de transmisividad en el pozo (T_w). Este comportamiento tan diferenciado explica tanto la dispersión como la convexidad de las líneas que mejor ajustarían los puntos en la Figura 9.1. Esta diferenciación es más clara en campos no-multiGaussianos.

En todo caso, y como conclusión, cabe decir que la media geométrica de los valores de T_{est} obtenidos para ensayos de corta duración puede infraestimar el valor efectivo de transmisividad del medio y que es preferible usar entonces valores como la mediana. Esto no sucede en ensayos de larga duración; como ya vimos en los capítulos anteriores, en este caso todos los valores de T_{est} convergen a un único valor que se corresponde con T_{eff} .

10. Conclusiones y discusión

10. Conclusiones y discusión

Este trabajo supone una nota de precaución sobre el uso y el significado real de los datos procedentes de la interpretación de ensayos hidráulicos en medios reales. Aunque es claramente sabido que los acuíferos reales presentan un alto grado de heterogeneidad, la mayoría de los métodos de interpretación de ensayos hidráulicos presuponen medio homogéneo.

El problema es entonces qué significado tienen los valores obtenidos de este tipo de interpretación y si tiene algún sentido utilizar los valores estimados en modelos o en cálculos hidrogeológicos.

La mayoría de trabajos que existen en medios heterogéneos realizan un tratamiento geoestadístico, en el que el objetivo fundamental es obtener algunos estadísticos de la solución. En este trabajo se ha abordado fundamentalmente un tratamiento determinista y los resultados se han obtenido a partir de obtener aproximaciones de un determinado orden por truncamiento de una expansión en serie de la solución.

Se presenta la solución a tres problemas muy concretos. El primero consiste en plantear el problema del flujo estacionario y en el valor representativo de la transmisividad que reproduce el caudal extraído en el pozo bajo unas condiciones de contorno prefijado. Se ha conseguido encontrar una expresión que es exacta hasta orden 2 en el desarrollo en serie de los caudales, lo que es equivalente a obtener una aproximación polinómica de segundo orden en términos de la perturbación del logaritmo de la transmisividad. Esta solución aumenta en un orden el grado de aproximación a la solución real, aunque eso no siempre significa que para valores altos

de heterogeneidad la aproximación sea buena. Para completar este primer estudio se presenta una generalización de la fórmula de Thiem.

El segundo problema que se plantea corresponde a flujo transitorio y a la observación en un punto cualquiera del dominio. Se plantea una ecuación de Jacob generalizada, que después se usa para encontrar los valores reales que se obtienen al interpretar un ensayo de bombeo bajo la hipótesis de medio homogéneo. Se deducen dos expresiones que relacionan los valores estimados de los parámetros con la distribución espacial de la transmisividad en el medio heterogéneo. A partir de estas relaciones y de unas simulaciones numéricas se comprueba que el valor de transmisividad que se estima de un ensayo de bombeo de larga duración se corresponde con el valor efectivo de la transmisividad del medio, que es precisamente el valor representativo más importante y de mayor interés. El valor estimado del coeficiente de almacenamiento, en cambio, no tiene gran interés por sí mismo, salvo como medida de la conectividad entre el pozo de bombeo y el punto de observación.

Por último se presentan resultados correspondientes al problema de la relación entre capacidad específica y transmisividad estimada de un ensayo. Así como todos los resultados anteriores de transmisividad, en flujo estacionario o transitorio son valores integrados de los valores puntuales de T a lo largo de todo el dominio, las capacidades específicas se muestran condicionadas muy fuertemente por la propia transmisividad en el pozo. Este comportamiento diferenciado cuestiona la representatividad de la relación capacidad específica-transmisividad.

11. Referencias

11. Referencias

- Axness, C.L. y J. Carrera (1999) The 2D steady hydraulic head field surrounding a pumping well in a finite heterogeneous confined aquifer, *Math. Geol.*, 31 (7), 873-906.
- Carrera J. y Neuman S.P. (1986) Estimation of aquifer parameters under transient and steady state conditions 1, Maximum likelihood method incorporating prior information. *Water Resour. Res.*, 22(2), pp. 199-210.
- Cooper, H.H. Jr. y C.E. Jacob (1946) A generalized graphical method for evaluating formation constants and summarizing well field history, *Eos Trans. AGU*, 27, 56-544.
- Custodio, E. y M.R. Llamas (1983) *Hidrología Subterránea*, Ed. Omega, Barcelona. 2 vol., pp. 2350.
- Dagan, G. (1989) *Flow and Transport in Porous Formations*, 465 pp., Springer-Verlag, New York, 1989.
- Desbarats A. (1992) Spatial averaging of hydraulic conductivity in three-dimensional heterogeneous porous media. *Math. Geol.*, 24(3), 249-267.
- Indelman P. y B. Abramovich (1994) Nonlocal properties of nonuniform averaged flow in heterogeneous media. *Water Resour. Res.* 30(12), pp. 3385-3393.
- Mace R.E. (1997) Determination of transmissivity from specific capacity tests in a karst aquifer, *Ground Water* 35 (5), 738-742.
- Meier, P.M. (1997) GTS: Migration Experiment (MI) and Radionuclide Retardation Project (RRP), Results of additional hydraulic testing in the migration shear-zone, Nagra Internal Rep 96-37, Nagra, Wttingen, Switzerland.
- Meier, P.M., J. Carrera y X. Sánchez Vila (1998) An evaluation of Jacob's method for the interpretation of pumping tests in heterogeneous formations. *Water Resour. Res.*, 34(5), pp. 1011-1025.
- Neuman S.P. y S. Orr (1993) Prediction of steady state flow in nonuniform geologic media by conditional moments: Exact nonlocal formalism, effective conductivities, and weak approximation, *Water Resour. Res.*, 29(2), 341-364.
- Sánchez-Vila, X. (1997) Radially convergent flow in heterogeneous porous media. *Water Resour. Res.* 33(7), pp. 1633-1641.
- Sánchez-Vila, X., J. Carrera y J.P. Girardi (1996) Scale effects in transmissivity, *J. Hydrol.*, 183, 1-22.
- Sánchez-Vila, X., C.L. Axness y J. Carrera (1999a) Upscaling transmissivity under radially convergent flow in heterogeneous media, *Water Resour. Res.*, 35(3), 613-621.
- Sánchez-Vila, X., P.M. Meier y J. Carrera (1999b) Pumping tests in heterogeneous aquifers: An analytical study of what can be obtained from their interpretation using Jacob's method, *Water Resour. Res.*, 35(4), 943-952.
- Theis, C.V. (1935) The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using ground-water storage. *Eos Trans. AGU*, 16 519-524.
- Thiem, G. (1906) *Hydrologische Methoden*. Ed. Gebhardt, Leipzig.
- Todd, D.K. (1980) *Groundwater hydrology*. Ed. John Wesley & Sons, New York. 535 pp.
- Weinberger, M. I. (1965) *Partial Differential Equations*, Blaisdell, New York.

PUBLICACIONES TÉCNICAS

1991

- 01 REVISIÓN SOBRE LOS MODELOS NUMÉRICOS RELACIONADOS CON EL ALMACENAMIENTO DE RESIDUOS RADIACTIVOS.
- 02 REVISIÓN SOBRE LOS MODELOS NUMÉRICOS RELACIONADO CON EL ALMACENAMIENTO DE RESIDUOS RADIACTIVOS. ANEXO 1. Guía de códigos aplicables.
- 03 PRELIMINARY SOLUBILITY STUDIES OF URANIUM DIOXIDE UNDER THE CONDITIONS EXPECTED IN A SALINE REPOSITORY.
- 04 GEOESTADÍSTICA PARA EL ANÁLISIS DE RIESGOS. Una introducción a la Geoestadística no paramétrica.
- 05 SITUACIONES SINÓPTICAS Y CAMPOS DE VIENTOS ASOCIADOS EN "EL CABRIL".
- 06 PARAMETERS, METHODOLOGIES AND PRIORITIES OF SITE SELECTION FOR RADIOACTIVE WASTE DISPOSAL IN ROCK SALT FORMATIONS.

1992

- 01 STATE OF THE ART REPORT: DISPOSAL OF RADIOACTIVE WASTE IN DEEP ARGILLACEOUS FORMATIONS.
- 02 ESTUDIO DE LA INFILTRACIÓN A TRAVÉS DE LA COBERTERA DE LA FUA.
- 03 SPANISH PARTICIPATION IN THE INTERNATIONAL INTRAVEL PROJECT.
- 04 CARACTERIZACIÓN DE ESMECTITAS MAGNÉSICAS DE LA CUENCA DE MADRID COMO MATERIALES DE SELLADO. Ensayos de alteración hidrotérmica.
- 05 SOLUBILITY STUDIES OF URANIUM DIOXIDE UNDER THE CONDITIONS EXPECTED IN A SALINE REPOSITORY. Phase II
- 06 REVISIÓN DE MÉTODOS GEOFÍSICOS APICABLES AL ESTUDIO Y CARACTERIZACIÓN DE EMPLAZAMIENTOS PARA ALMACENAMIENTO DE RESIDUOS RADIACTIVOS DE ALTA ACTIVIDAD EN GRANITOS, SALES Y ARCILLAS.
- 07 COEFICIENTES DE DISTRIBUCIÓN ENTRE RADIONUCLEIDOS.
- 08 CONTRIBUTION BY CIN-UPM TO THE PSACOIN LEVEL-5 EXERCISE.
- 09 DESARROLLO DE UN MODELO DE RESUSPENSIÓN DE SUELOS CONTAMINADOS. APLICACIÓN AL ÁREA DE PALOMARES.
- 10 ESTUDIO DEL CÓDIGO FFSM PARA CAMPO LEJANO. IMPLANTACIÓN EN VAX.
- 11 LA EVALUACIÓN DE LA SEGURIDAD DE LOS SISTEMAS DE ALMACENAMIENTO DE RESIDUOS RADIACTIVOS. UTILIZACIÓN DE MÉTODOS PROBABILISTAS.
- 12 METODOLOGÍA CANADIENSE DE EVALUACIÓN DE LA SEGURIDAD DE LOS ALMACENAMIENTOS DE RESIDUOS RADIACTIVOS.
- 13 DESCRIPCIÓN DE LA BASE DE DATOS WALKER.

Publicaciones no periódicas

PONENCIAS E INFORMES, 1988-1991.
SEGUNDO PLAN DE I+D, 1991-1995. TOMOS I, II Y III.
SECOND RESEARCH AND DEVELOPMENT PLAN, 1991-1995, VOLUME I.

1993

- 01 INVESTIGACIÓN DE BENTONITAS COMO MATERIALES DE SELLADO PARA ALMACENAMIENTO DE RESIDUOS RADIACTIVOS DE ALTA ACTIVIDAD. ZONA DE CABO DE GATA, ALMERÍA.
- 02 TEMPERATURA DISTRIBUTION IN A HYPOTHETICAL SPENT NUCLEAR FUEL REPOSITORY IN A SALT DOME.
- 03 ANÁLISIS DEL CONTENIDO EN AGUA EN FORMACIONES SALINAS. Su aplicación al almacenamiento de residuos radiactivos
- 04 SPANISH PARTICIPATION IN THE HAW PROJECT. Laboratory Investigations on Gamma Irradiation Effects in Rock Salt.
- 05 CARACTERIZACIÓN Y VALIDACIÓN INDUSTRIAL DE MATERIALES ARCILLOSOS COMO BARRERA DE INGENIERÍA.
- 06 CHEMISTRY OF URANIUM IN BRINES RELATED TO THE SPENT FUEL DISPOSAL IN A SALT REPOSITORY (I).
- 07 SIMULACIÓN TÉRMICA DEL ALMACENAMIENTO EN GALERÍA-TSS.
- 08 PROGRAMAS COMPLEMENTARIOS PARA EL ANÁLISIS ESTOCÁSTICO DEL TRANSPORTE DE RADIONUCLEIDOS.
- 09 PROGRAMAS PARA EL CÁLCULO DE PERMEABILIDADES DE BLOQUE.
- 10 METHODS AND RESULTS OF THE INVESTIGATION OF THE THERMOMECHANICAL BEHAVIOUR OF ROCK SALT WITH REGARD TO THE FINAL DISPOSAL OF HIGH-LEVEL RADIOACTIVE WASTES.

Publicaciones no periódicas

SEGUNDO PLAN DE I+D. INFORME ANUAL 1992.
PRIMERAS JORNADAS DE I+D EN LA GESTIÓN DE RESIDUOS RADIACTIVOS. TOMOS I Y II.

1994

- 01 MODELO CONCEPTUAL DE FUNCIONAMIENTO DE LOS ECOSISTEMAS EN EL ENTORNO DE LA FÁBRICA DE URANIO DE ANDÚJAR.
- 02 CORROSION OF CANDIDATE MATERIALS FOR CANISTER APPLICATIONS IN ROCK SALT FORMATIONS.
- 03 STOCHASTIC MODELING OF GROUNDWATER TRAVEL TIMES
- 04 THE DISPOSAL OF HIGH LEVEL RADIOACTIVE WASTE IN ARGILLACEOUS HOST ROCKS. Identification of parameters, constraints and geological assessment priorities.
- 05 EL OESTE DE EUROPA Y LA PENÍNSULA IBÉRICA DESDE HACE -120.000 AÑOS HASTA EL PRESENTE. Isostasia glacial, paleogeografía paleotemperaturas.
- 06 ECOLOGÍA EN LOS SISTEMAS ACUÁTICOS EN EL ENTORNO DE EL CABRIL.
- 07 ALMACENAMIENTO GEOLÓGICO PROFUNDO DE RESIDUOS RADIACTIVOS DE ALTA ACTIVIDAD (AGP). Conceptos preliminares de referencia.
- 08 UNIDADES MÓVILES PARA CARACTERIZACIÓN HIDROGEOQUÍMICA
- 09 EXPERIENCIAS PRELIMINARES DE MIGRACIÓN DE RADIONUCLEIDOS CON MATERIALES GRANÍTICOS. EL BERROCAL, ESPAÑA.
- 10 ESTUDIOS DE DESEQUILIBRIOS ISOTÓPICOS DE SERIES RADIACTIVAS NATURALES EN UN AMBIENTE GRANÍTICO: PLUTÓN DE EL BERROCAL (TOLEDO).
- 11 RELACIÓN ENTRE PARÁMETROS GEOFÍSICOS E HIDROGEOLOGICOS. Una revisión de literatura.
- 12 DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE LA COBERTURA MULTICAPA DEL DIQUE DE ESTÉRILES DE LA FÁBRICA DE URANIO DE ANDÚJAR.

Publicaciones no periódicas

SEGUNDO PLAN I+D 1991-1995. INFORME ANUAL 1993.

1995

- 01 DETERMINACIÓN DEL MÓDULO DE ELASTICIDAD DE FORMACIONES ARCILLOSAS PROFUNDAS.
- 02 UO₂ LEACHING AND RADIONUCLIDE RELEASE MODELLING UNDER HIGH AND LOW IONIC STRENGTH SOLUTION AND OXIDATION CONDITIONS.
- 03 THERMO-HYDRO-MECHANICAL CHARACTERIZATION OF THE SPANISH REFERENCE CLAY MATERIAL FOR ENGINEERED BARRIER FOR GRANITE AND CLAY HLW REPOSITORY: LABORATORY AND SMALL MOCK UP TESTING.
- 04 DOCUMENTO DE SÍNTESIS DE LA ASISTENCIA GEOTÉCNICA AL DISEÑO AGP-ARCILLA. Concepto de referencia.
- 05 DETERMINACIÓN DE LA ENERGÍA ACUMULADA EN LAS ROCAS SALINAS FUERTEMENTE IRRADIADAS MEDIANTE TÉCNICAS DE TERMOLUMINISCENCIA. Aplicación al análisis de repositorios de residuos radiactivos de alta actividad.
- 06 PREDICCIÓN DE FENÓMENOS DE TRANSPORTE EN CAMPO PRÓXIMO Y LEJANO. Interacción en fases sólidas.
- 07 ASPECTOS RELACIONADOS CON LA PROTECCIÓN RADIOLÓGICA DURANTE EL DESMANTELAMIENTO Y CLAUSURA DE LA FÁBRICA DE ANDÚJAR.
- 08 ANALYSIS OF GAS GENERATION MECHANISMS IN UNDERGROUND RADIOACTIVE WASTE REPOSITORIES. (Pegase Project).
- 09 ENSAYOS DE LIXIVIACIÓN DE EMISORES BETA PUROS DE LARGA VIDA.
- 10 2º PLAN DE I+D. DESARROLLOS METODOLÓGICOS, TECNOLÓGICOS, INSTRUMENTALES Y NUMÉRICOS EN LA GESTIÓN DE RESIDUOS RADIACTIVOS.
- 11 PROYECTO AGP-ALMACENAMIENTO GEOLÓGICO PROFUNDO. FASE 2.
- 12 IN SITU INVESTIGATION OF THE LONG-TERM SEALING SYSTEM AS COMPONENT OF DAM CONSTRUCTION (DAM PROJECT). Numerical simulator. Code-Bright.

Publicaciones no periódicas

TERCER PLAN DE I+D 1995-1999.
SEGUNDAS JORNADAS DE I+D. EN LA GESTIÓN DE RESIDUOS RADIACTIVOS. TOMOS I Y II.

1996

- 01 DESARROLLO DE UN PROGRAMA INFORMÁTICO PARA EL ASESORAMIENTO DE LA OPERACIÓN DE FOCOS EMISORES DE CONTAMINANTES GASEOSOS.
- 02 FINAL REPORT OF PHYSICAL TEST PROGRAM CONCERNING SPANISH CLAYS (SAPONITES AND BENTONITES).
- 03 APORTACIONES AL CONOCIMIENTO DE LA EVOLUCIÓN PALEOCLIMÁTICA Y PALEOAMBIENTAL EN LA PENÍNSULA IBÉRICA DURANTE LOS DOS ÚLTIMOS MILLONES DE AÑOS A PARTIR DEL ESTUDIO DE TRAVERTINOS Y ESPELEOTEMAS.
- 04 MÉTODOS GEOESTADÍSTICOS PARA LA INTEGRACIÓN DE INFORMACIÓN.
- 05 ESTUDIO DE LONGEVIDAD EN BENTONITAS: ESTABILIDAD HIDROTÉRMICA DE SAPONITAS.
- 06 ALTERACIÓN HIDROTÉRMICA DE LAS BENTONITAS DE ALMERÍA.
- 07 MAYDAY. UN CÓDIGO PARA REALIZAR ANÁLISIS DE INCERTIDUMBRE Y SENSIBILIDAD. Manuales.

Publicaciones no periódicas

EL BERROCAL PROJECT. VOLUME I. GEOLOGICAL STUDIES.
EL BERROCAL PROJECT. VOLUME II. HYDROGEOCHEMISTRY.
EL BERROCAL PROJECT. VOLUME III. LABORATORY MIGRATION TESTS AND IN SITU TRACER TEST.
EL BERROCAL PROJECT. VOLUME IV. HYDROGEOLOGICAL MODELLING AND CODE DEVELOPMENT.

1997

- 01 CONSIDERACIÓN DEL CAMBIO MEDIOAMBIENTAL EN LA EVALUACIÓN DE LA SEGURIDAD. ESCENARIOS CLIMÁTICOS A LARGO PLAZO EN LA PENÍNSULA IBÉRICA.
- 02 METODOLOGÍA DE EVALUACIÓN DE RIESGO SÍSMICO EN SEGMENTOS DE FALLA.
- 03 DETERMINACIÓN DE RADIONUCLEIDOS PRESENTES EN EL INVENTARIO DE REFERENCIA DEL CENTRO DE ALMACENAMIENTO DE EL CABRIL.
- 04 ALMACENAMIENTO DEFINITIVO DE RESIDUOS DE RADIACTIVIDAD ALTA. Caracterización y comportamiento a largo plazo de los combustibles nucleares irradiados (I).
- 05 METODOLOGÍA DE ANÁLISIS DE LA BIOSFERA EN LA EVALUACIÓN DE ALMACENAMIENTOS GEOLÓGICOS PROFUNDOS DE RESIDUOS RADIACTIVOS DE ALTA ACTIVIDAD ESPECÍFICA.
- 06 EVALUACIÓN DEL COMPORTAMIENTO Y DE LA SEGURIDAD DE UN ALMACENAMIENTO GEOLÓGICO PROFUNDO EN GRANITO. Marzo 1997
- 07 SÍNTESIS TECTOESTRATIGRÁFICA DEL MACIZO HESPÉRICO. VOLUMEN I.
- 08 IIIª JORNADAS DE I+D Y TECNOLOGÍAS DE GESTIÓN DE RESIDUOS RADIACTIVOS. Pósters descriptivos de los proyectos de I+D y evaluación de la seguridad a largo plazo.
- 09 FEBEX. ETAPA PREOPERACIONAL. INFORME DE SÍNTESIS.
- 10 METODOLOGÍA DE GENERACIÓN DE ESCENARIOS PARA LA EVALUACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DE LOS ALMACENAMIENTOS DE RESIDUOS RADIACTIVOS.
- 11 MANUAL DE CESARR V.2. Código para la evaluación de seguridad de un almacenamiento superficial de residuos radiactivos de baja y media actividad.

1998

- 01 FEBEX. PRE-OPERATIONAL STAGE. SUMMARY REPORT.
- 02 PERFORMANCE ASSESSMENT OF A DEEP GEOLOGICAL REPOSITORY IN GRANITE. March 1997.
- 03 FEBEX. DISEÑO FINAL Y MONTAJE DEL ENSAYO "IN SITU" EN GRIMSEL.
- 04 FEBEX. BENTONITA: ORIGEN, PROPIEDADES Y FABRICACIÓN DE BLOQUES.
- 05 FEBEX. BENTONITE: ORIGIN, PROPERTIES AND FABRICATION OF BLOCKS.
- 06 TERCERAS JORNADAS DE I+D Y TECNOLOGÍAS DE GESTIÓN DE RESIDUOS RADIACTIVOS. 24-29 Noviembre, 1997. Volumen I
- 07 TERCERAS JORNADAS DE I+D Y TECNOLOGÍAS DE GESTIÓN DE RESIDUOS RADIACTIVOS. 24-29 Noviembre, 1997. Volumen II
- 08 MODELIZACIÓN Y SIMULACIÓN DE BARRERAS CAPILARES.
- 09 FEBEX. PREOPERATIONAL THERMO-HYDRO-MECHANICAL (THM) MODELLING OF THE "IN SITU" TEST.

Títulos publicados

- 10 FEBEX. PREOPERATIONAL THERMO-HYDRO-MECHANICAL (THM) MODELLING OF THE "MOCK UP" TEST.
- 11 DISOLUCIÓN DEL $UO_2(S)$ EN CONDICIONES REDUCTORAS Y OXIDANTES.
- 12 FEBEX. FINAL DESIGN AND INSTALLATION OF THE "IN SITU" TEST AT GRIMSEL.

1999

- 01 MATERIALES ALTERNATIVOS DE LA CÁPSULA DE ALMACENAMIENTO DE RESIDUOS RADIACTIVOS DE ALTA ACTIVIDAD.
- 02 INTRAVEL PROJECT PHASE 2: STOCHASTIC ANALYSIS OF RADIONUCLIDES TRAVEL TIMES AT THE WASTE ISOLATION PILOT PLANT (WIPP), IN NEW MEXICO (U.S.A.).
- 03 EVALUACIÓN DEL COMPORTAMIENTO Y DE LA SEGURIDAD DE UN ALMACENAMIENTO PROFUNDO EN ARCILLA. Febrero 1999.
- 04 ESTUDIOS DE CORROSIÓN DE MATERIALES METÁLICOS PARA CÁPSULAS DE ALMACENAMIENTO DE RESIDUOS DE ALTA ACTIVIDAD.
- 05 MANUAL DEL USUARIO DEL PROGRAMA VISUAL BALAN V. 1.0. CÓDIGO INTERACTIVO PARA LA REALIZACIÓN DE BALANCES HIDROLÓGICOS Y LA ESTIMACIÓN DE LA RECARGA.
- 06 COMPORTAMIENTO FÍSICO DE LAS CÁPSULAS DE ALMACENAMIENTO.
- 07 PARTICIPACIÓN DEL CIEMAT EN ESTUDIOS DE RADIOECOLOGÍA EN ECOSISTEMAS MARINOS EUROPEOS.
- 08 PLAN DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO PARA LA GESTIÓN DE RESIDUOS RADIACTIVOS 1999-2003. OCTUBRE 1999.
- 09 ESTRATIGRAFÍA BIOMOLECULAR. LA RACEMIZACIÓN/EPIMERIZACIÓN DE AMINOÁCIDOS COMO HERRAMIENTA GEOCRONOLÓGICA Y PALEOTERMOMÉTRICA.
- 10 CATSIUS CLAY PROJECT. Calculation and testing of behaviour of unsaturated clay as barrier in radioactive waste repositories. STAGE 1: VERIFICATION EXERCISES.
- 11 CATSIUS CLAY PROJECT. Calculation and testing of behaviour of unsaturated clay as barrier in radioactive waste repositories. STAGE 2: VALIDATION EXERCISES AT LABORATORY SCALE.
- 12 CATSIUS CLAY PROJECT. Calculation and testing of behaviour of unsaturated clay as barrier in radioactive waste repositories. STAGE 3: VALIDATION EXERCISES AT LARGE "IN SITU" SCALE.

2000

- 01 FEBEX PROJECT. FULL-SCALE ENGINEERED BARRIERS EXPERIMENT FOR A DEEP GEOLOGICAL REPOSITORY FOR HIGH LEVEL RADIOACTIVE WASTE IN CRYSTALLINE HOST ROCK. FINAL REPORT.
- 02 CÁLCULO DE LA GENERACIÓN DE PRODUCTOS RADIOLÍTICOS EN AGUA POR RADIACIÓN α . DETERMINACIÓN DE LA VELOCIDAD DE ALTERACIÓN DE LA MATRIZ DEL COMBUSTIBLE NUCLEAR GASTADO.
- 03 LIBERACIÓN DE RADIONUCLEÍDOS E ISÓTOPOS ESTABLES CONTENIDOS EN LA MATRIZ DEL COMBUSTIBLE. MODELO CONCEPTUAL Y MODELO MATEMÁTICO DEL COMPORTAMIENTO DEL RESIDUO.
- 04 DESARROLLO DE UN MODELO GEOQUÍMICO DE CAMPO PRÓXIMO.
- 05 ESTUDIOS DE DISOLUCIÓN DE ANÁLOGOS NATURALES DE COMBUSTIBLE NUCLEAR IRRADIADO Y DE FASES DE (U)VI-SILICIO REPRESENTATIVAS DE UN PROCESO DE ALTERACIÓN OXIDATIVA.
- 06 CORE2D. A CODE FOR NON-ISOTHERMAL WATER FLOW AND REACTIVE SOLUTE TRANSPORT. USERS MANUAL VERSION 2.
- 07 ANÁLOGOS ARQUEOLÓGICOS E INDUSTRIALES PARA ALMACENAMIENTOS PROFUNDOS: ESTUDIO DE PIEZAS ARQUEOLÓGICAS METÁLICAS.
- 08 PLAN DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO PARA LA GESTIÓN DE RESIDUOS RADIACTIVOS 1999-2003. REVISIÓN 2000.

- 09 IV JORNADAS DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO EN GESTIÓN DE RESIDUOS RADIACTIVOS. POSTERS DIVULGATIVOS.
- 10 IV JORNADAS DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO EN GESTIÓN DE RESIDUOS RADIACTIVOS. POSTERS TÉCNICOS.
- 11 PROGRAMA DE INVESTIGACIÓN PARA ESTUDIAR LOS EFECTOS DE LA RADIACIÓN GAMMA EN BENTONITAS CÁLCICAS ESPAÑOLAS.
- 12 CARACTERIZACIÓN Y LIXIVIACIÓN DE COMBUSTIBLES NUCLEARES IRRADIADOS Y DE SUS ANÁLOGOS QUÍMICOS.

2001

- 01 MODELOS DE FLUJO MULTIFÁSICO NO ISOTERMO Y DE TRANSPORTE REACTIVO MULTICOMPONENTE EN MEDIOS POROSOS.
- 02 IV JORNADAS DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO EN GESTIÓN DE RESIDUOS RADIACTIVOS. RESÚMENES Y ABSTRACTS.
- 03 ALMACENAMIENTO DEFINITIVO DE RESIDUOS DE RADIACTIVIDAD ALTA. CARACTERIZACIÓN Y COMPORTAMIENTO A LARGO PLAZO DE LOS COMBUSTIBLES NUCLEARES IRRADIADOS (II).
- 04 CONSIDERATIONS ON POSSIBLE SPENT FUEL AND HIGH LEVEL WASTE MANAGEMENT OPTIONS.
- 05 LA PECHBLENDA DE LA MINA FE (CIUDAD RODRIGO, SALAMANCA), COMO ANÁLOGO NATURAL DEL COMPORTAMIENTO DEL COMBUSTIBLE GASTADO. Proyecto Matrix I.
- 06 TESTING AND VALIDATION OF NUMERICAL MODELS OF GROUNDWATER FLOW, SOLUTE TRANSPORT AND CHEMICAL REACTIONS IN FRACTURED GRANITES: A QUANTITATIVE STUDY OF THE HYDROGEOLOGICAL AND HYDROCHEMICAL IMPACT PRODUCED.
- 07 IV JORNADAS DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO EN GESTIÓN DE RESIDUOS RADIACTIVOS. Volumen I.
- 08 IV JORNADAS DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO EN GESTIÓN DE RESIDUOS RADIACTIVOS. Volumen II.
- 09 IV JORNADAS DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO EN GESTIÓN DE RESIDUOS RADIACTIVOS. Volumen III.
- 10 IV JORNADAS DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO EN GESTIÓN DE RESIDUOS RADIACTIVOS. Volumen IV.

2002

- 01 FABRICACIÓN DE BLANCOS PARA LA TRANSMUTACIÓN DE AMERICIO: SÍNTESIS DE MATRICES INERTES POR EL MÉTODO SOL-GEL. ESTUDIO DEL PROCEDIMIENTO DE INFILTRACIÓN DE DISOLUCIONES RADIACTIVAS.
- 02 ESTUDIO GEOQUÍMICO DE LOS PROCESOS DE INTERACCIÓN AGUA-ROCA SOBRE SISTEMAS GEOTERMALES DE AGUAS ALCALINAS GRANITOIDES.
- 03 ALTERACIÓN ALCALINA HIDROTÉRMICA DE LA BARRERA DE BENTONITA POR AGUAS INTERSTICIALES DE CEMENTOS.
- 04 THERMO-HYDRO-MECHANICAL CHARACTERISATION OF A BENTONITE FROM CABO DE GATA. A study applied to the use of bentonite as sealing material in high level radioactive waste repositories.
- 05 ESTUDIOS GEOLÓGICO-ESTRUCTURALES Y GEOFÍSICOS EN MINA RATONES (PLUTÓN DE ALBALÁ).
- 06 IMPACTO DE LA MINA RATONES (ALBALÁ, CÁCERES) SOBRE LAS AGUAS SUPERFICIALES Y SUBTERRÁNEAS: MODELIZACIÓN HIDROGEOQUÍMICA.
- 07 CARACTERIZACIÓN PETROLÓGICA, MINERALÓGICA, GEOQUÍMICA Y EVALUACIÓN DEL COMPORTAMIENTO GEOQUÍMICO DE LAS REE EN LA FASE SÓLIDA (GRANITOIDES Y RELLENOS FISURALES) DEL SISTEMA DE INTERACCIÓN AGUA-ROCA DEL ENTORNO DE LA MINA RATONES.
- 08 MODELLING SPENT FUEL AND HLW BEHAVIOUR IN REPOSITORY CONDITIONS. A review of the state of the art.

- 09 UN MODELO NUMÉRICO PARA LA SIMULACIÓN DE TRANSPORTE DE CALOR Y LIBERACIÓN DE MATERIA EN UN ALMACENAMIENTO PROFUNDO DE RESIDUOS RADIACTIVOS.
- 10 PROCESOS GEOQUÍMICOS Y MODIFICACIONES TEXTURALES EN BENTONITA FEBEX COMPACTADA SOMETIDA A UN GRADIENTE TERMOHIDRÁULICO.

2003

- 01 CONTRIBUCIÓN EXPERIMENTAL Y MODELIZACIÓN DE PROCESOS BÁSICOS PARA EL DESARROLLO DEL MODELO DE ALTERACIÓN DE LA MATRIZ DEL COMBUSTIBLE IRRADIADO.
- 02 URANIUM(VI) SORPTION ON GOETHITE AND MAGNETITE: EXPERIMENTAL STUDY AND SURFACE COMPLEXATION MODELLING.
- 03 ANÁLOGOS ARQUEOLÓGICOS E INDUSTRIALES PARA ALMACENAMIENTO DE RESIDUOS RADIACTIVOS: ESTUDIO DE PIEZAS ARQUEOLÓGICAS METÁLICAS (ARCHEO-II).
- 04 EVOLUCIÓN PALEOAMBIENTAL DE LA MITAD SUR DE LA PENÍNSULA IBÉRICA. APLICACIÓN A LA EVALUACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DE LOS REPOSITARIOS DE RESIDUOS RADIACTIVOS.
- 05 THE ROLE OF COLLOIDS IN THE RADIONUCLIDE TRANSPORT IN A DEEP GEOLOGICAL REPOSITORY. Participation of CIEMAT in the CRR project.
- 06 Vth JORNADAS DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO EN GESTIÓN DE RESIDUOS RADIACTIVOS. Resúmenes de ponencias.
- 07 Vth JORNADAS DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO EN GESTIÓN DE RESIDUOS RADIACTIVOS. Sinopsis de pósteres.
- 08 Vth JORNADAS DE INVESTIGACIÓN, DESARROLLO TECNOLÓGICO Y DEMOSTRACIÓN EN GESTIÓN DE RESIDUOS RADIACTIVOS. Pósteres técnicos.
- 09 DISMANTLING OF THE HEATER 1 AT THE FEBEX "IN SITU" TEST. Descriptions of operations
- 10 GEOQUÍMICA DE FORMACIONES ARCILLOSAS: ESTUDIO DE LA ARCILLA ESPAÑOLA DE REFERENCIA.
- 11 PETROPHYSICS AT THE ROCK MATRIX SCALE: HYDRAULIC PROPERTIES AND PETROGRAPHIC INTERPRETATION.

2004

- 01 PLAN DE INVESTIGACIÓN, DESARROLLO TECNOLÓGICO Y DEMOSTRACIÓN PARA LA GESTIÓN DE RESIDUOS RADIACTIVOS 2004-2008.
- 02 ESTUDIO DE LOS PRODUCTOS DE CORROSIÓN DE LA CÁPSULA Y SU INTERACCIÓN CON LA BARRERA ARCILLOSA DE BENTONITA "CORROBEN".
- 03 EFECTO DE LA MAGNETITA EN LA RETENCIÓN DE LOS RADIONUCLEÍDOS EN EL CAMPO PRÓXIMO: CESIO, ESTRONCIO, MOLIBDENO Y SELENIO.
- 04 Vth JORNADAS DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO EN GESTIÓN DE RESIDUOS RADIACTIVOS. Volumen I.
- 05 Vth JORNADAS DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO EN GESTIÓN DE RESIDUOS RADIACTIVOS. Volumen II.
- 06 Vth JORNADAS DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO EN GESTIÓN DE RESIDUOS RADIACTIVOS. Volumen III.
- 07 Vth JORNADAS DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO EN GESTIÓN DE RESIDUOS RADIACTIVOS. Volumen IV.
- 08 FEBEX PROJECT. POST-MORTEM ANALYSIS: CORROSION STUDY.
- 09 FEBEX II PROJECT. THG LABORATORY EXPERIMENTS.
- 10 FEBEX II PROJECT. FINAL REPORT ON THERMO-HYDRO-MECHANICAL LABORATORY TEST.
- 11 FEBEX II PROJECT. POST-MORTEM ANALYSIS EDZ ASSESSMENT.

2005

- 01 DEVELOPMENT OF A MATRIX ALTERATION MODEL (MAM).
- 02 ENGINEERED BARRIER EMPLACEMENT EXPERIMENT IN OPALINUS CLAY FOR THE DISPOSAL OF RADIOACTIVE WASTE IN UNDERGROUND REPOSITORIES.
- 03 USE OF PALAEOHYDROGEOLOGY IN RADIOACTIVE WASTE MANAGEMENT.
- 04 METODOLOGÍAS DE CARACTERIZACIÓN RADIOLÓGICA DE BULTOS DE RESIDUOS RADIACTIVOS DESARROLLADAS POR ENRESA
- 05 ANÁLOGOS NATURALES DE LA LIBERACIÓN Y MIGRACIÓN DEL UO_2 Y ELEMENTOS METÁLICOS ASOCIADOS

Flujo radial en medios heterogéneos

PUBLICACIÓN TÉCNICA 06/2005

Para más información, dirigirse a:

enresa

Dirección de Comunicación
C/ Emilio Vargas, 7
28043 MADRID

<http://www.enresa.es>

Junio 2005